

Моделирование и оптимизация циклов выработки решений при управлении автоматизированным производством

Т.Г. Гришина

ФГБОУ ВПО МГТУ «СТАНКИН», г. Москва

Основной задачей, решаемой в цикле управления автоматизированным производством (АП), является своевременное принятие максимально обоснованных решений. Качество принятых решений определяется двумя факторами: возможностью объединения формального и творческого в принимаемых решениях; временем, которым располагает орган управления, АП, лица, принимающие решения, для процесса обоснования и принятия решения на том или ином уровне управления [1].

Это выдвигает соответствующие требования к набору моделей цикла управления. Необходимо иметь модели двух классов. Модели первого класса должны обеспечивать выработку решений, в которых органически сочетаются формализованное начало в виде рекомендаций моделей специального математического обеспечения управления (СМОУ) АП и творческие замыслы лиц, принимающих решения. Модели второго класса должны оптимизировать функционирование органа управления АП в процессе выработки решений. Это может быть достигнуто решением комплекса иерархически упорядоченных оптимизационных задач, в которых оптимальным образом распределяется временной ресурс Δt_{ij} , отведенный на обоснования, по различным задачам, группам лиц, принимающих решения и модулям СМОУ.

Исходными данными для выбора целесообразной организации работ в циклах выработки решений являются значения временных ресурсов $\{\Delta t_{ij}\}$ ($j = \overline{1, n}$), определенные в задаче оптимизации цикла управления. Обоснованность решения, принимаемого в j -м цикле выработки решения [2], зависит от варианта распределения $\{\Delta t_{js}\}$ ($s = \overline{1, S}$) ресурса времени $\{\Delta t_{ij}\}$ между S исполнителями (лицом, принимающим решения, или контурами управления). Кроме того, поскольку речь идет о работе над одной задачей коллектива лиц, необходимо учитывать зависимость обоснованности от варианта организации процесса выработки решения. Из множества возможных были рассмотрены три варианта. Первые два из них объединяются по признаку наличия только одного автоматизированного рабочего места, когда различные контуры имеют возможность лишь последовательно во времени выполнять работы по обоснованию решения с использованием средств автоматизации. Этим указанные два варианта отличаются от третьего, когда благодаря наличию нескольких автоматизированных рабочих мест возможна параллельная работа контуров. В свою очередь, второй и третий варианты сходны по признаку участия лица, принимающего решения, в анализе результатов работы каждого из контуров, затрачивается на эту работу время Δt_{i0} из общего лимита времени Δt_{ij} . В отличие от этого, в первом варианте лицо, принимающее решения, вследствие загрузки лишено возможности анализировать результаты в отдельных контурах и ограничивается на заключительном этапе анализом итоговых рекомендаций.

Рассмотренные варианты кратко могут быть охарактеризованы следующим образом:

вариант1 – одно автоматизированное рабочее место; последовательная работа нескольких контуров; лицо, принимающее решения, анализирует итоговые рекомендации;

вариант2 – одно автоматизированное рабочее место; последовательная работа нескольких контуров; лицо, принимающее решения, последовательно анализирует результаты работы каждого контура;

вариант 3- несколько автоматизированных рабочих мест; параллельная работа нескольких контуров; лицо, принимающее решения, одновременно (в заданный момент $t_{к. зад.}$) анализирует результаты работ тех из контуров, которые к моменту $t_{к. зад.}$ закончили процесс обоснований.

Рассмотрим способы определения и оптимизации обоснованности для каждого из этих вариантов.

Вариант 1. Обоснованность в данном случае определяется выражением

$$P = 1 - \exp\left(-\sum_{s=1}^S a_s m_s\right), \quad (1)$$

где a_s - характеристика обоснованности при анализе одного варианта решения в s -м контуре; m_s - число вариантов, анализируемых в s -м контуре; S - число контуров.

Задача оптимального распределения временных ресурсов между контурами, т.е. отыскания оптимальных значений m_s , может быть сформулирована следующим образом: максимизировать значение обоснованности P или, что то же самое, величину

$$\psi = -\ln(1 - P) = \sum_{s=1}^S a_s m_s, \quad (2)$$

при условии¹

$$\sum_{s=1}^S \Delta t_s = \sum_{s=1}^S \Delta t_{0s} m_s \leq \Delta t_u, \quad (3)$$

где Δt_{0s} - время исследований по одному варианту в s -м контуре.

В данном случае имеет задачу линейного программирования с одним ограничительным условием, решение которой известно: должен работать только один контур, характеризующийся наибольшим отношением $r_s = a_s / \Delta t_{0s}$. Интересно отметить, что для реализации рекомендаций не нужно знать абсолютные значения r_s , достаточно информации о том, как они соотносятся между собой, какая из величин r_s является наибольшей.

Таким образом, рекомендации по решению оптимизационной задачи (2), (3) в формализованном виде могут быть представлены так: все время Δt_u , выделенное на процесс обоснования решения, должно быть представлено контуру с номером s_1 , удовлетворяющему условию

$$r_{s_1} = \max_s r_s = \max_s (a_s / \Delta t_{0s}). \quad (4)$$

Правило (4) может быть использовано в качестве одного из простейших подходов к выбору фэмов². Действительно, возможность выполнять обоснование в различных контурах можно сопоставить с возможностью вести расчеты с помощью различных фэмов. Правило (4) позволяет при этом выбрать модуль, не только удовлетворяющий временным ограничениям, но и обеспечивающий максимальное значение обоснованности решения. Для практического использования правила требуется установить вид функциональной зависимости параметра a_s от точности расчетов. Получаем следующее выражение для a_s в функции от характеристики точности расчетов в s -м контуре и других параметров:

$$a_s = -\ln\left\{1 - [2\Phi_0(\varepsilon_s / \Delta_s)]^{\mu-\mu}\right\} \quad (5)$$

Итак, использование рассмотренного подхода к определению обоснованности приводит в варианте 1 организации процесса выбора решения к следующему выводу: наличие нескольких контуров управления, в каждом из которых решается одна и та же задача выбора решения, является нецелесообразным. Необходимо выбрать контур,

¹ Индекс j здесь и далее для простоты опущен.

² Фэм – дублер модуля, используемого в СМОУ

который характеризуется наибольшей сравнительной эффективностью поиска оптимального решения, а остальные контуры загрузить решением других задач. При этом наиболее эффективно задача может быть решена в одном контуре: либо с максимальной обоснованностью при заданном времени Δt_u , либо за минимальное время $\Delta t_{u \min}$ при заданном уровне обоснованности $P_{зад}$. Одновременно с этим получено правило для выбора фэмов, удовлетворяющих временным ограничениям и обеспечивающих возможное значение обоснованности.

Вариант 2. Обоснованность решения в данном случае не может быть вычислена по соотношению (1), поскольку результаты выбора в каждом из контуров последовательно подвергаются дополнительному анализу лица, принимающего решения. Можно считать, что за отведенное ему время $t_{\kappa 0}$ Лицо, принимающее решения, дополнительно к

$\sum_{\eta=1}^S m_{\eta}$ вариантам, проанализированным лицом, принимающим решения, исследует

$$m_{\kappa.ф} = \sum_{s=1}^S \omega(m_s) \quad (6)$$

вариантов решений. В выражении (6) $\omega(m_s)$ является ступенчатой функцией:

$$\omega(m_s) = \begin{cases} 0 & \text{при } m_s = 0; \\ 1 & \text{при } m_s > 0. \end{cases} \quad (7)$$

Вводя эффективность работы лица, принимающего решения, $P_{\kappa 0}$ и $a_{\kappa 0} = -\ln(1 - P_{\kappa 0})$, получаем для результирующего значения обоснованности решения выражение

$$P_{\Sigma} = 1 - \exp \left\{ - \left[\sum_{s=1}^S (a_s m_s + a_{\kappa 0} \omega(m_s)) \right] \right\}. \quad (8)$$

Таким образом, приходим к следующей оптимизационной задаче:

$$\psi_{\Sigma} = -\ln(1 - P_{\Sigma}) = \sum_{s=1}^S [a_s m_s + a_{\kappa 0} \omega(m_s)] \rightarrow \max_{\{m_s\}}; \quad (9)$$

$$\sum_{s=1}^S \Delta t_{0s} m_s \leq \Delta t_u - \Delta t_{\kappa 0}; \quad (10)$$

$$m_s \geq 0 \quad (s = \overline{1, S}). \quad (11)$$

Сформулированная задача точно решается разностным методом. В одном из наиболее важных частных случаях, когда временных ресурсов достаточно для расчетов хотя бы по одному из вариантов в каждом контуре, оптимальное решение задачи (9)-(11), как можно доказать, может быть найдено аналитически:

$$m_s = \begin{cases} 1 & \text{при } s \neq s_1; \\ \Delta t_{s1}^{-1} \left(\Delta t_u - \Delta t_{\kappa 0} - \sum_{s=1}^S \Delta t_{0s} + \Delta t_{0s1} \right) & \text{при } s = s_1, \end{cases} \quad (12)$$

где значение индекса s_1 , т.е. номер наиболее интенсивно загружаемого контура, определяется по формулам (12), может быть нецелочисленным и должно быть округлено в меньшую сторону, чтобы не нарушить ограничения по оперативности (10). Для получения решения, как и в варианте 1, здесь не требуется знание абсолютных значений характеристик эффективности $r_s = a_s / \Delta t_{0s}$, достаточно уметь выделить контур, обладающий максимальным значением r_{\max} .

Учитывая, что параметр $r_s = a_s / \Delta t_{0s}$, по значениям которого производятся упорядочение контуров и поиск наиболее эффективного контура s_1 , по смыслу

(качественно) представляет собой производительность (эффективность обоснований за единицу времени), можно сформулировать следующее простое правило целесообразного распределения ресурса времени между контурами: выделить на каждый из контуров, кроме наиболее производительного, время для расчета одного варианта; остальное время предоставить наиболее производительному контуру.

Этот выход, характеризующий формально оптимальное решение в соответствии со сформулированным правилом, хорошо согласуется с практикой, когда обеспечиваются максимально благоприятные условия для работы элемента системы, характеризующегося наибольшей удельной эффективностью. В то же время ценным свойством решения, отличающим его от рекомендаций по варианту 1, является привлечение всех лиц, принимающих решения, к работе по обоснованию решения.

Вариант 3. Обоснованность решения в данном случае, как и в варианте 2, вычисляется по формуле (8), меняется лишь вид ограничительного условия:

$$\max_s (\Delta t_{0s} m_s) \leq \Delta t_u - \Delta t_{\kappa 0}. \quad (13)$$

Следовательно, оптимальные значения m_s могут быть найдены в результате решения следующей оптимизационной задачи: найти значения $\{m_s\}$, максимизирующие целевую функцию (9) при условиях (11) и (13). Решение этой задачи находится из таких соображений: наращивая значения m_s во всех контурах, пока выполняется условие (13), мы увеличиваем значение целевой функции (9), не выходя за пределы допустимой области. Так будет продолжаться до тех пор, пока для всех контуров не будут найдены максимально возможные значения m_s , при которых еще справедливо условие (13). Таким образом, оптимальное решение в данном случае имеет вид

$$m_s = E[(\Delta t_u - \Delta t_{\kappa 0}) / \Delta t_{0s}] \quad (s = \overline{1, S}).$$

При получении решения предполагалось, что число автоматизированных рабочих мест не меньше числа контуров. Если это не так, решение задачи несколько усложняется: необходимо построить вариационный ряд по убыванию производительности

$$r_1 > r_2 > \dots > r_S \quad (14)$$

и выделить максимально возможный ресурс времени $\Delta t_u - \Delta t_{\kappa 0}$ на K первых контуров (K – число автоматизированных рабочих мест) в соответствии с их новой нумерацией. В данном случае решение оптимизационной задачи имеет вид

$$m_s = E \left(\frac{\Delta t_u - \Delta t_{\kappa 0}}{\Delta t_{0s}} \right) \quad \begin{array}{l} \text{при } s = \overline{1, K}; \\ 0 \quad \text{при } s = \overline{K+1, S}. \end{array}$$

Здесь принята нумерация контуров в соответствии с их расположением в ряду (14).

Наконец, для варианта 3 наиболее естественной может оказаться постановка задачи, в которую наряду с временными ограничениями (13) вводятся одно или несколько дополнительных ресурсных ограничений. Это могут быть, например, ограничения по стоимости оборудования $\sum_{s=1}^S g_s \omega(m_s) \leq g_0$, его габаритам и т.п. Решение здесь может быть получено методом динамического программирования, а величины m_s могут принимать любые значения из диапазона $[0, (\Delta t_u - \Delta t_{\kappa 0}) / \Delta t_{0s}]$.

В рассмотренном варианте руководящее правило для организации работы органа управления при количественном обосновании решения очевидно: ресурс машинного времени предоставляется наиболее производительным контурам.

Литература:

1. Митрофанов В.Г. Интегрированные производственные системы // Вестник МГТУ Станкин. 2008. Т. 1. № 1. С. 65-67
2. Маклаков С.В., Моделирование бизнес-процессов с All Fusion Process Modeler. М., Диалог-МИФИ, 2007, 224 с.