Инженерный вестник Дона, №3 (2018)
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5221

Алгоритм управления движением группы мобильных роботов в условиях неопределенности

А.Р. Гайдук[1] *С.Г. Капустян*[2], *И.О. Шаповалов*[3]

[1]*Южный федеральный университет, Таганрог,*

[2]*Южный научный центр Российской академии наук, Ростов-на-Дону,*

[3]*Институт робототехники и процессов управления ЮФУ, Таганрог,*

Аннотация: В статье предлагается алгоритм функционирования адаптивных систем управления движением группы транспортных мобильных роботов в условиях неопределенности. Алгоритм разработан на основе марковского метода идентификации и метода аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям. Адаптивная система управления, в которой используется данный алгоритм, обладает прямыми показателями качества не хуже заданных. Предложенный алгоритм может использоваться для создания систем управления техническими объектами различных типов, при заранее неизвестных математических моделях.

Ключевые слова: мобильный робот, группа, неопределенность, идентификация, марковский параметр, управление по выходу и воздействиям, система.

Введение

Как известно, возможности отдельного мобильного робота, в общем случае, ограниченны, поэтому для решения различных задач, в том числе для перевозки различных грузов, гораздо чаще применяются группы мобильных, безэкипажных роботов [1 – 4]. Такие группы транспортных роботов могут быть однородными или гетерогенными. Одной из существенных особенностей транспортных задач является априорная неопределенность как перевозимых грузов, так и условий транспортировки. В тоже время эти неопределенные факторы имеют важное значение для функционирования системы управления движением мобильных роботов [5, 6]. Транспортируемые грузы могут быть весьма разнообразными как по габаритам, по массе, так и по пути движения. Поэтому наиболее эффективной в данном случае представляется адаптивная система с идентификацией [7].

Основной целью данной работы является решение задачи синтеза локальных систем управления (ЛСУ) движением транспортных мобильных роботов в условиях неопределённости. Для этого необходимы, очевидно, алгоритмы идентификации и синтеза систем управления, которые могли бы быть реализованы в автоматическом режиме, без участия операторов, которые ставят задачи по транспортировке грузов группам мобильных роботов [5, 6].

В настоящее время известно достаточно много методов идентификации и синтеза систем управления, ориентированных чаще всего на обработку информации вручную [7, 8]. Однако в случае мобильных роботов необходимы, очевидно, аналитические методы идентификации и синтеза систем управления. В данной работе в качестве алгоритма идентификации используется более совершенный вариант марковского алгоритма, кратко рассмотренного в работе [6], а синтез адаптивной ЛСУ осуществляется аналитическим методом синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АССУВВ) [9].

Постановка задачи

Предположим, группа транспортных роботов включает $N_{\text{гр}}$ мобильных, возможно, гетерогенных роботов, каждый из которых описывается системами дифференциальных уравнений

$$\dot{x}^{\rho} = A^{\rho} x^{\rho} + B^{\rho} u^{\rho}, \quad y_{\rho} = C_{\rho} x_{\rho} + D_{\rho} u_{\rho}, \quad \rho = \overline{1,\ N_{\text{гр}}}, \tag{1}$$

где $x^{\rho} \in R^{n^{\rho}}$ – вектор состояния размерности n^{ρ}; $u^{\rho} \in R^{q^{\rho}}$ – вектор непрерывных управлений; $y^{\rho} \in R^{l^{\rho}}$ – вектор отклонений непрерывных выходных переменных ρ-го робота, обусловленных управлениями u^{ρ}; A^{ρ}, B^{ρ}, C^{ρ}, D^{ρ} – числовые матрицы соответствующих размерностей. Порядки n^{ρ} роботов (1) и большая часть или все параметры роботов являются априори неизвестными. В процессе движения роботов (1) они претерпевают скачкообразные изменения, оставаясь затем неизменными в течение достаточно длительного интервала времени; при этом порядок каждого робота не превышает заранее известного значения $n^{\rho}_{\max}$, а системы уравнений (1) являются полными [5, 6].

Рассматриваемая группа роботов предназначена для транспортировки некоторых грузов по равнинной поверхности: как по шоссейным дорогам, так и по пересеченной местности. Маршруты движения отдельных роботов или группы в целом задаются в правой системе координат, ось OX которой направлена на север. Имея это ввиду, примем, что $q^{\rho} = l^{\rho} = 2$, причем $y_1^{\rho} = V^{\rho}$ – это скорость движения, а $y_2^{\rho} = \varphi^{\rho} \in [-\pi \div \pi]$ – это курсовой угол. Значения φ^{ρ} отсчитываются от оси OX, а положительные значения φ^{ρ} соответствуют поворотам против часовой стрелки [3, 4].

Обычно каналы управления скоростью транспортных мобильных роботов и направлением их движения можно считать независимыми [3, 6]. Поэтому рассматриваемая задача синтеза адаптивных ЛСУ сводится, во-первых, к задаче идентификации каналов управления $u_i^{\rho} \to y_i^{\rho}$, $i = 1, 2$, т.е. к определению только ПФ $W_{ii}^{\rho}(p)$, $i = 1, 2$, $\rho = \overline{1, N_{\text{гр}}}$. Во-вторых, к задаче определения уравнений адаптивных формирующих устройств (АдФУ), в соответствии с требованиями к качеству ЛСУ.

Задача идентификации

Эта задача решается здесь с применением марковского алгоритма идентификации, в основе которого лежат марковские параметры специальных *дискретно-подобных систем* (ДПС), каждая их которых соответствует одному роботу группы. Подчеркнем, что при условии корректности ρ-й ДПС одна из динамических систем этой ДПС эквивалентна непрерывной модели (1) ρ-го робота. Марковские параметры являются системными инвариантами динамических систем, что обеспечивает высокую эффективность данного метода идентификации [5].

Указанные выше ДПС образуются в результате представления в виде последовательности прямоугольных импульсов, длительность которых равна периоду дискретизации $T_{\text{ди}}$, пробных воздействий $u_1^{\rho}(t) = u_{1,0}^{\rho} 1(t)$ и $u_2^{\rho}(t) = u_{2,0}^{\rho} 1(t)$, где $u_{i,0}^{\rho} = const$ – постоянные допустимые управления для каналов $u_i^{\rho} \to y_i^{\rho}$, $i = 1, 2$. Это приводит к уравнениям ДПС следующего вида

$$\tilde{x}_{k+1}^{\rho} = \tilde{A}^{\rho}\tilde{x}_k^{\rho} + \tilde{B}^{\rho}\tilde{u}_k^{\rho}, \quad \tilde{y}_k^{\rho} = \tilde{C}^{\rho}\tilde{x}_k^{\rho} + \tilde{D}^{\rho}\tilde{u}_k^{\rho}, \quad \rho = \overline{1,\ N_{\text{гр}}}. \tag{2}$$

Здесь $\tilde{x}_k^{\rho} \in R^{\nu_\rho}$ – вектор переменных состояния, $\tilde{\nu}^{\rho} = \overline{1, n_{\max}^{\rho}}$; $\tilde{u}_k^{\rho} = [\tilde{u}_{1,k}^{\rho} \ \ \tilde{u}_{2,k}^{\rho}]^T$ и $\tilde{y}_k^{\rho} = [\tilde{y}_{1,k}^{\rho} \ \ \tilde{y}_{2,k}^{\rho}]^T$ – соответственно векторы дискретных управлений и выходных величин ρ-х систем (2) при $t = kT_{\text{ди}}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$; $\tilde{A}^{\rho}$, $\tilde{B}^{\rho}$, $\tilde{C}^{\rho}$, $\tilde{D}^{\rho}$ – числовые матрицы соответствующих размерностей.

Пусть, при $u_i^{\rho}(t) = u_{i,0}^{\rho}1(t)$, $i = 1, 2$, всех $t = kT_{\text{ди}}$ и нулевых начальных условиях $x_{\rho 0} = 0$, $\tilde{x}_{\rho 0} = 0$ выполняются условия

$$\tilde{u}_k^{\rho} = u^{\rho}(kT_{\text{ди}}), \qquad \tilde{y}_k^{\rho} = y^{\rho}(kT_{\text{ди}}), \quad \rho = \overline{1,\ N_{\text{гр}}}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{3}$$

Определение 1. Система (2) называется «*дискретно-подобной системой*», соответствующей непрерывной системе (1), если выполняются условия (3).

При цифровой обработке идентификационных данных важное значение имеет следующий момент.

Определение 2. Если уравнения (2) соответствуют такому периоду дискретизации $T_{\text{ди}}$, при котором выполняется условие

$$\left|\tilde{\alpha}_{i,0}^{\rho}\right| \geq \Delta_1, \quad i = \overline{1, 2}, \tag{4}$$

то ρ-я ДПС (2) является «*корректной*» по отношению к ρ-й системе (1). В противном случае эта ДПС является «*некорректной*».

В неравенстве (4) $\tilde{\alpha}_{i,0}^{\rho}$– это свободный коэффициент полинома $\tilde{A}_i^{\rho}(z, T_{\text{ди}}) = z^{\nu_i^{\rho}} + \tilde{\alpha}_{i,\nu_i^{\rho}-1}^{\rho} z^{\nu_i^{\rho}-1} + \ldots \ \ldots + \tilde{\alpha}_{i,1}^{\rho} z + \tilde{\alpha}_{i,0}^{\rho}$, который является знаменателем ПФ $\tilde{W}_{y_i u_i}^{\rho}(z, T_{\text{ди}})$; Δ_1– допустимое по условиям точности значение $\left|\tilde{\alpha}_{i,0}^{\rho}\right|$.

Перейдем к изложению марковского алгоритма идентификации (МАИ). Его исходные данные: допустимые пробные воздействия $u_i^{\rho}(t) = u_{i,0}^{\rho}1(t)$, $i = 1, 2$; t_m^{ρ} – длительность интервала фиксации реакции ρ-го робота на пробное воздействие; величины: $n^{\rho}_{\max}$; $\eta_{\max} \in [2 \div 5]$; $N^{\rho}_{\mu} = 2n^{\rho}_{\max} + \eta_{\max}$; $T^{\rho}_{\text{ди}} = [0,7 \div 0,8]t^{\rho}_{m} / N^{\rho}_{\mu}$; $\Delta_1 = 0,01$; целое число $\zeta \in [5 \div 10]$. При этом значение t^{ρ}_{m} должно превышать на 25-30% длительность затухающего переходного процесса, вызванного допустимым пробным воздействием.

МАИ включает следующие пункты:

П.1,ид. На вход i-го канала ρ-го робота (i =1), находящегося в установившемся режиме, подается пробное воздействие $u^{\rho}_{1}(t) = u^{\rho}_{1,0}1(t)$ и фиксируется $N^{\rho}_{\mu} + 1$ отсчетов отклонений выходной переменной $y^{\rho}_{i,k} = y^{\rho}_{i}(kT_0)$, $k = \overline{0,\ N^{\rho}_{\mu}}$.

П.2,ид. Вычисляются значения марковских параметров $\tilde{\mu}^{\rho}_{i,\upsilon}$ ДПО по формулам

$$\tilde{\mu}^{\rho}_{i,0} = \frac{y^{\rho}_{i,0}}{u^{\rho}_{i,0}}\ , \quad \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\upsilon} = \frac{y^{\rho}_{i,\upsilon}}{u^{\rho}_{i,0}} - \sum_{\varsigma=0}^{\upsilon-1} \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\varsigma}\ , \quad \upsilon = 1, 2, \ldots N^{\rho}_{\mu}\,.$$

П.3,ид. Вычисляется степень n^{ρ}_{i} знаменателя ПФ $W^{\rho}_{y_i u_i}(z, T_{\text{и}})$ по формулам:

$$d^{\rho}_{i,\nu} = (\eta^{\rho}_{\max})^{-1} \sum_{\eta=0}^{\eta^{\rho}_{\max}-1} \left| \det M^{\rho,\eta}_{i,\nu} \right|, \quad n^{\rho}_{i} = \tilde{\nu}^{\rho}_{i} = \left\{ \max \nu \middle| d^{\rho}_{i,\nu} \geq \Delta_1 \right\},$$

где $M^{\rho,\eta}_{i,\nu}$ – $\nu \times \nu$-матрица, определяемая выражением

$$M^{\rho,\eta}_{i,\nu} = \begin{bmatrix} \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+1} & \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+2} & \cdots & \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+\nu} \\ \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+2} & \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+3} & \cdots & \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+\nu+1} \\ \vdots & \vdots & \iddots & \vdots \\ \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+\nu} & \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+\nu+1} & \cdots & \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+2\nu-1} \end{bmatrix}, \quad \eta = \overline{0,\ \eta^{\rho}_{\max} - 1}\,. \tag{5}$$

П.4,ид. Вычисляются значения коэффициентов $\tilde{\alpha}^{\rho}_{i,\varsigma}$ знаменателей передаточных функций $\tilde{W}^{\rho}_{y_i u_i}(z, T_{\text{ди}})$ по формуле

$$\tilde{\alpha}^{\rho}_{i,\varsigma} = (\eta^{\rho}_{\max})^{-1} \sum_{\eta=0}^{\eta^{\rho}_{\max}-1} \bar{\alpha}^{\rho}_{i,\varsigma,\eta}\ ; \quad \varsigma = \overline{0,\ \tilde{n}^{\rho}_{i} - 1}\,.$$

Здесь коэффициенты $\bar{\alpha}^{\rho}_{i,\varsigma,\eta}$ определяются решением системы

$$\bar{\alpha}^{\rho}_{i,\eta} = \left[M^{\rho,\eta}_{i,n_i^\rho} \right]^{-1} m^{\rho,\eta}_{i,n_i^\rho+1}; \quad \eta = \overline{0,\, \eta^{\rho}_{\max}},$$

где матрица $M^{\rho,\eta}_{i,n_i^\rho}$, определяется выражением (5) при $\nu = n_i^\rho$, а векторы $\bar{a}^{\rho}_{i,\eta}$ и $m^{\rho,\eta}_{i,n_i^\rho+1}$ имеют вид

$$\bar{\alpha}^{\rho}_{i,\eta} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha}^{\rho}_{i,0,\eta} \\ \bar{\alpha}^{\rho}_{i,1,\eta} \\ \vdots \\ \bar{\alpha}^{\rho}_{i,n_i^\rho-1,\eta} \end{bmatrix}, \quad m^{\rho,\eta}_{i,n_i^\rho+1} = \begin{bmatrix} \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+n_i^\rho+1} \\ \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+n_i^\rho+2} \\ \vdots \\ \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+2n_i^\rho} \end{bmatrix}, \quad \eta = \overline{0,\, \eta^{\rho}_{\max}-1}.$$

Если при полученном значении $\left|\tilde{\alpha}^{\rho}_{i,0}\right|$ выполняется условие (4), т.е. ρ-я ДПС (2) при данном $T_{\text{ди}}$ является корректной, то имеется возможность идентифицировать i-й канал ρ-го робота (1) при этом значении $T_{\text{ди}}$, путем перехода к п. П.5,ид. В противном случае, путем повторения пп. 1,ид ÷ 4,ид находится такое значение $T_{\text{ди}} = T_{\text{ди}}/\zeta$, при котором выполняется (4).

П.5,ид. Вычисляются значения коэффициентов $\tilde{\beta}^{\rho}_{i,\varsigma}$ полиномов числителей ПФ i-го канала ρ-й ДПС по формуле

$$\tilde{\beta}^{\rho}_{i,\varsigma} = (\eta^{\rho}_{\max})^{-1} \sum_{\eta=0}^{\eta^{\rho}_{\max}-1} \bar{\beta}^{\rho}_{i,\varsigma,\eta}, \quad \varsigma = \overline{0,\, n_i^\rho},$$

где

$$\bar{\beta}^{\rho}_{i,\varsigma,\eta} = \tilde{\mu}^{\rho}_{i,n_i^\rho-\varsigma+\eta} + \sum_{\upsilon=0}^{n_i^\rho-1-\varsigma} \tilde{\mu}^{\rho}_{i,\eta+\upsilon} \tilde{\alpha}^{\rho}_{i,\varsigma+\upsilon}, \quad \eta = \overline{0,\, \eta^{\rho}_{\max}-1}.$$

П.6,ид. Формируется ПФ

$$\tilde{W}^{\rho}_{y_i u_i}(z, T_{\text{ди}}) = \frac{\tilde{\beta}^{\rho}_{i,0} + \tilde{\beta}^{\rho}_{i,1} z + \ldots + \tilde{\beta}^{\rho}_{i,n_i^\rho} z^{n_i^\rho}}{\tilde{\alpha}^{\rho}_{i,0} + \tilde{\alpha}^{\rho}_{i,1} z + \ldots + \tilde{\alpha}^{\rho}_{i,n_i^\rho-1} z^{n_i^\rho-1} + z^{n_i^\rho}}. \quad (6)$$

П.7,ид. К ПФ $\tilde{W}^{\rho}_{y_i u_i}(z, T_{\text{ди}})$ (6) применяется обратное Z_T-преобразование

$$W^{\rho}_{y_i u_i}(p) = Z_T^{-1}\left\{ \tilde{W}^{\rho}_{y_i u_i}(z, T_{\text{ди}}) \right\} = B_i^\rho(p) / A_i^\rho(p). \quad (7)$$

Отметим, что преобразование (7), в частности, может быть реализовано в MATLAB функцией «d2c» с расширением «'zoh'» [7, 9].

П.8,ид. Пункты П.1,ид – П.7,ид выполняются при $i=2$.

П.9,ид. Выход из алгоритма идентификации.

Полученные ПФ $W^{\rho}_{y_i u_i}(p)$, $i=1,2$ (7) представляют собой результат идентификации ρ-го робота марковским методом.

Задача синтеза

Для решения этой задачи используется алгоритм, реализующий метод аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АССУВВ). Преимуществом этого метода, по сравнению, например, с методом АКОР, является возможность синтеза систем управления со значениями прямых показателей качества не хуже заданных [8].

Приведем алгоритм синтеза, применительно к уравнениям «вход-выход» мобильных роботов вида

$$A_i^{\rho}(p)y_i^{\rho}=B_i^{\rho}(p)u_i^{\rho},\quad i=1,2;\quad \rho=\overline{1,\ N_{\text{гр}}}, \tag{8}$$

где $A_i^{\rho}(p)$ и $B_i^{\rho}(p)$ – некоторые полиномы с известными степенями и коэффициентами, вытекающие непосредственно из ПФ (7). При этом полином $A_i^{\rho}(p)$ нормирован по старшей степени переменной *p*. Причем, если $m_i^{\rho}=\deg B_i^{\rho}(p)$, а $n_i^{\rho}=\deg A_i^{\rho}(p)$, то $m_i^{\rho}\le n_i^{\rho}$.

Предполагается, что также в памяти контроллера ЛСУ ρ-го робота содержатся таблицы стандартных нормированных передаточных функций (СНПФ), приведенные, например, в [8, с. 344–346]. Здесь же хранится следующая информация о ЛСУ каждым его каналом $u_i^{\rho}\to y_i^{\rho}$: порядок астатизма $\nu_{g,i}^{\rho,*}$ к задающему воздействию $g_i^{\rho}=g_i^{\rho}(t)$; время регулирования не более $t_i^{\rho,*}$ с; перерегулирование не более $\sigma_i^{\rho,*}$%; степень устойчивости не менее $\eta_{i,\text{сис}}^{\rho,*}$; τ_0 – малая величина необходимая для обеспечения некоторого запаса по времени регулирования. АдФУ физически реализуемо, если его относительный порядок $\mu^{\rho}_{\text{фу}} \ge \mu^{\rho,*}_{\text{фу}}$, где $\mu^{\rho,*}_{\text{фу}} \ge 1$ – заданное значение [7, 8].

С целью простоты изложения будем считать, что корни полиномов $B^{\rho}_{i}(p)$ из (8) при всех значениях порядка и параметров ρ-го робота удовлетворяют условию

$$\operatorname{Re} p^{B^{\rho}_{i}}_{j} \le -\eta^{\rho,*}_{i,\text{сис}}\,, \quad j=\overline{1, m^{\rho}_{i}}\,. \tag{9}$$

Если модель канала робота не удовлетворяет условию (9), то можно использовать несколько более сложный, но также аналитический алгоритм синтеза ЛСУ [8, с. 177-181].

Алгоритм синтеза АдФУ включает следующие пункты:

П. 1,ас. Определяется величина $\bar{\nu}^{\rho}_{i} = \max\{\nu^{\rho,*}_{g,i} - n^{\rho,i}_{A}, 0\}$, где $n^{\rho,i}_{A}$ – число корней полинома $A^{\rho}_{i}(p)$, равных нулю.

П. 2,ас. Множители полинома $A^{\rho}_{i}(p)$ модели (8) соответствующие таким T_j, что $T^{\rho}_{i,j} < t^{\rho,*}_{i}/(50 \div 100)$, исключаются из полинома $A^{\rho}_{i}(p)$ [10]. Затем полиномы $A^{\rho}_{i}(p)$ и $B^{\rho}_{i}(p)$ представляются в виде $A^{\rho}_{i}(p) = A^{\rho}_{i,\Omega}(p) A^{\rho}_{i,\bar{\Omega}}(p)$, $B^{\rho}_{i}(p) = \beta_{m^{\rho}_{i}} B^{\rho}_{i,\Omega}(p)$, где $A^{\rho}_{i,\Omega}(p)$ и $B^{\rho}_{i,\Omega}(p)$ – полиномы, корни которых совпадают с корнями полиномов $A^{\rho}_{i}(p)$ и $B^{\rho}_{i}(p)$, которые удовлетворяют условию (9), соответственно; полином $A^{\rho}_{i,\bar{\Omega}}(p)$ включает остальные корни полинома $A^{\rho}_{i}(p)$. Вводятся обозначения: $n^{\rho}_{i} = \deg A^{\rho}_{i}(p)$, $n^{\rho}_{i,\Omega} = \deg A^{\rho}_{i,\Omega}(p)$, $n^{\rho}_{i,\bar{\Omega}} = \deg A^{\rho}_{i,\bar{\Omega}}(p)$.

П. 3,ас. Вычисляются степени:

$$\tilde{r}^{\rho}_{i} = n^{\rho}_{i} + \mu^{\rho,*}_{\text{фу}} - m^{\rho}_{i} - 1\,, \quad \tilde{l}^{\rho}_{i} = n^{\rho}_{i,\bar{\Omega}} + \bar{\nu}^{\rho}_{i} - 1\,, \quad \vartheta^{\rho}_{i} = n^{\rho}_{i} + \bar{\nu}^{\rho}_{i} + \mu^{\rho,*}_{\text{фу}} + n^{\rho}_{i,\bar{\Omega}} - m^{\rho}_{i} - 1\,.$$

П. 4,ас. По значениям $\nu^{\rho,*}_{g,i}$, $n_{\text{таб}} = \vartheta^{\rho}_{i}$ и $\sigma^{\rho,*}_{i}\%$ из памяти контроллера выбираются соответствующие коэффициенты Δ_j, $j = \overline{0, \tilde{\vartheta}^{\rho}_{i}}$ СНПФ и величина $t^{\rho}_{i,\text{таб}} = t_{\text{таб}}$ с, а затем вычисляются величина $\omega^{\rho}_{i,0}$ и коэффициенты $\delta^{\rho}_{i,j}$ по формулам:

$$\omega_{i,0}^{\rho} = t_{i,\text{таб}}^{\rho} / (t_i^{\rho,*} - \tau_0), \quad \delta_{i,j}^{\rho} = \Delta_j (\omega_{i,0}^{\rho})^{\tilde{\vartheta}_i^{\rho} - j}, \quad j = \overline{0, \tilde{\vartheta}_i^{\rho}}.$$

П. 5,ас. Вычисляются коэффициенты полинома

$$\tilde{A}_i^{\rho}(p) = p^{\bar{\nu}_i^{\rho}} A_{i,\bar{\Omega}}^{\rho}(p) = \alpha_{i,0}^{\rho} + \alpha_{i,1}^{\rho} p + \ldots + \alpha_{i,\tilde{n}_i^{\rho}}^{\rho} p^{\tilde{n}_i^{\rho}}, \tag{10}$$

где $\alpha_{i,\tilde{n}_i^{\rho}}^{\rho} = 1$, и формируется следующая система алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix} \beta_m & 0 & \cdots & \alpha_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_m & \ddots & \alpha_1 & \alpha_0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \alpha_1 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \alpha_{\tilde{n}} & \vdots & \ddots & \alpha_0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \alpha_{\tilde{n}} & \ddots & \alpha_1 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \alpha_{\tilde{n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_{\tilde{l}} \\ \rho_0 \\ \vdots \\ \rho_{\tilde{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta_{\vartheta-1} \\ \delta_{\vartheta} \end{bmatrix}, \tag{11}$$

Здесь введены упрощенные обозначения: $\beta_m = \beta_{m_i^{\rho}}$, $\alpha_j = \alpha_{i,j}^{\rho}$, $\lambda_j = \lambda_{i,j}^{\rho}$, $\rho_j = \rho_{i,j}^{\rho}$, $\delta_j = \delta_{i,j}^{\rho}$, $\tilde{r} = \tilde{r}_i^{\rho}$, $\tilde{l} = \tilde{l}_i^{\rho}$, $\tilde{n} = \tilde{n}_i^{\rho}$, $\vartheta = \tilde{\vartheta}_i^{\rho}$. Матрица системы (11) имеет $\tilde{l}_i^{\rho} + 1$ столбцов, составленных из коэффициента $\beta_m = \beta_{m_i^{\rho}}$, и $\tilde{r}_i^{\rho} + 1$ столбцов, которые составлены из коэффициентов полинома (10).

П. 6,ас. По результатам решения системы (11) формируются полиномы

$$\tilde{R}_i^{\rho}(p) = \rho_{i,0}^{\rho} + \rho_{i,1}^{\rho} p + \ldots + \rho_{i,\tilde{r}_i^{\rho}}^{\rho} p^{\tilde{r}_i^{\rho}}, \quad \tilde{L}_i^{\rho}(p) = \lambda_{i,0}^{\rho} + \lambda_{i,1}^{\rho} p + \ldots + \lambda_{i,\tilde{l}_i^{\rho}}^{\rho} p^{\tilde{l}_i^{\rho}},$$

а затем – полиномы

$$R_i^{\rho}(p) = p^{\bar{\nu}_i^{\rho}} \tilde{R}_i^{\rho}(p) B_{i,\Omega}^{\rho}(p), \quad L_i^{\rho}(p) = A_{i,\Omega}^{\rho}(p) \tilde{L}_i^{\rho}(p),$$

$$Q_i^{\rho}(p) = \beta_{m_i^{\rho}}^{-1} A_{i,\Omega}^{\rho}(p) (\delta_{i,\nu_{g,i}^{\rho,*}-1}^{\rho} + \ldots + \delta_{i,1}^{\rho} p + \delta_{i,0}^{\rho}), \quad i = 1, 2.$$

П. 7,ас. Вычисляются корни $p_{i,j}^{\rho}$, $j = \overline{0, \tilde{\vartheta}_i^{\rho}}$ полинома $\tilde{D}_i^{\rho}(p) = \delta_{i,0}^{\rho} + {} + \delta_{i,1}^{\rho} p + \ldots + \delta_{i,\tilde{\vartheta}_i^{\rho}}^{\rho} p^{\tilde{\vartheta}_i^{\rho}}$, $i = 1, 2$; а затем – период дискретизации управления ρ-го робота:

$$T_{\text{упр}}^{\rho} = \pi / 4\omega_{i,\max}^{\rho}, \quad \omega_{i,\max}^{\rho} = \max_j \left\{ \left| p_{i,j}^{\rho,\text{в}} \right|, \left| \operatorname{Im} p_{i,j}^{\rho,\text{к}} \right|, i = 1, 2 \right\},$$

где $p_{i,j}^{\rho,\text{в}}$ и $p_{i,j}^{\rho,\text{к}}$ – вещественные и комплексные корни полинома $\tilde{D}_i^{\rho}(p)$. Затем ПФ $W_{i,Q}^{\rho}(p) = Q_i^{\rho}(p) / R_i^{\rho}(p)$ и $W_{i,L}^{\rho}(p) = L_i^{\rho}(p) / R_i^{\rho}(p)$ подвергаются при $T = T_{\text{упр}}^{\rho}$

преобразованию

$$W^{\rho}_{i,Q}(z)=\frac{z-1}{z}Z_T\left\{\frac{W^{\rho}_{i,Q}(p)}{p}\right\},\quad W^{\rho}_{i,L}(z)=\frac{z-1}{z}Z_T\left\{\frac{W^{\rho}_{i,L}(p)}{p}\right\},\ i=1,2. \qquad (12)$$

Здесь $Z_T\{\cdot\}$ – преобразование, которое каждому изображению по Лапласу ставит в соответствие z-изображение [9, с. 211]. В целом преобразование (12) удобно выполнять с помощью функции «c2d» пакета MATLAB. В результате получаются ПФ $W^{\rho}_{i,Q}(z)=\bar{Q}^{\rho}_i(z)/\bar{R}^{\rho}_i(z)$ и $W^{\rho}_{i,L}(z)=\bar{L}^{\rho}_i(z)/\bar{R}^{\rho}_i(z)$.

П. 8,ас. Если полином $R^{\rho}_i(p)$ имеет множитель p^{ν}, т.е. $R^{\rho}_i(p)=p^{\nu}R^{\rho}_{i.1}(p)$, то коэффициенты полинома $\bar{R}^{\rho}_i(z)$ округляются таким образом, чтобы он имел вид $\bar{R}^{\rho}_i(z)=(z-1)^{\nu}\bar{R}^{\rho}_{i,1}(z)$. При этом уравнения АдФУ представляются так

$$(z-1)^{\nu}u^{\rho}_i(z)=w^{\rho}_i(z),\quad \bar{R}^{\rho}_{i,1}(z)w^{\rho}_i(z)=\bar{Q}^{\rho}_i(z)g(z)-\bar{L}^{\rho}_i(z)y(z),\ i=1,2, \qquad (13)$$

где $w^{\rho}_i(z)$ – z-изображение вспомогательной переменной $w^{\rho}_{i,k}$. Искомый алгоритм АдФУ находится путем перехода в уравнениях (13) к оригиналам.

П. 9,ас. Выход из алгоритма синтеза.

Коэффициенты полученных в П. 8,ас алгоритмов АдФУ при i = 1 и i = 2 записываются в соответствующие ячейки памяти контроллера ρ-го робота, после чего его адаптивная ЛСУ переходит в режим формирования управляющих воздействий.

Заключение. Таким образом, последовательное применение алгоритмов марковской идентификации и аналитического синтеза в адаптивном регуляторе позволяет автоматически сформировать алгоритмы вычисления управляющих воздействий, соответствующих текущим значениям порядка и параметров каждого ρ-го робота. Эти алгоритмы запускаются каждый раз в начале движения и при существенном изменении условий функционирования каждого ρ-го робота группы. Признаком необходимости запуска этих алгоритмов является возникновение больших значений отклонений в процессе функционирования роботов.

Авторы благодарят Президиум РАН и РФФИ, поскольку публикация подготовлена в рамках реализации в ЮФУ и ЮНЦ РАН работ по ПФИ Президиума РАН № I.29 «Актуальные проблемы робототехнических систем» (ГЗ ЮНЦ РАН на 2018 г., № гр. проекта АААА-А18-118020190041-1) и грантов РФФИ № 16-29-04194; № 17-29-07054.Материалы доложены на международной конференции САУ и ОИ, Дивноморское, Россия; статья опубликована при финансовой поддержке РФФИ, грант № 18-07-20056 Г.

Литература

1. Cheng T.M., Savkin A.V. Decentralized Control of Multi-robot Systems for Rectangular Aggregation. Preprints of the 18th IFAC World Congress Milano (Italy). 2011. pp. 11574-11579.

2. Wang P. Navigation strategies for multiple autonomous mobile robots moving in formation // Journal of Robotic Systems. 1991. No 8(2). pp. 177-195.

3. Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 280 с.

4. Погорелов В.А. Перспективы применения беспилотных летательных аппаратов в строительстве // Инженерный вестник Дона, 2016, №1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2016/3571

5. Сиротенко М.Ю., Пшихопов В.Х.Принципы построения нейросетевых планировщиков перемещений мобильных роботов для априори неформализованных сред // Изв. ЮФУ. Технические науки. Таганрог, 2008, № 1(78). С. 196-198.

6. Капустян С.Г., Медведев М.Ю., Гайдук А.Р., Дьяченко А.А., Шаповалов И.О. Интеллектуальное управление мобильными роботами в условиях неопределенности. Материалы 10-й Всероссийской мультиконференции (с. Дивноморское, Геленджик, Россия). Том 2. Изд-во ЮФУ, 2017. С. 253-255.

7. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. Москва: Высшая школа, 1976. 263 с.

8. Гуренко Б.В., Назаркин А.С. Реализация и идентификация параметров автономного необитаемого подводного аппарата типа глайдер // Инженерный вестник Дона, 2015, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2015/3288

9. Гайдук А.Р. Анализ и аналитический синтез цифровых систем управления. СПб.: ЛАНЬ, 2018. 199 с.

10. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (Полиномиальный подход). М.: Физматлит, 2012. 415 с.

11. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. 2-е изд., испр. и доп. М.: Физматлит, 2007. 288 с.

12. Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А. Робастность редуцированных динамических систем автоматизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 5. С. 308–315.

References

1. Cheng T.M., Savkin A.V. Decentralized Control of Multi-robot Systems for Rectangular Aggregation. Preprints of the 18th IFAC World Congress Milano (Italy). 2011. pp. 11574-11579.

2. Wang P. Journal of Robotic Systems. 1991. № 8(2). pp. 177-195.

3. Kaliaev I.A., Gaiduk A.R., Kapustyan S.G. Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppakh robotov [Models and algorithms of collective control in groups of robots]. M.: Phizmatlit, 2009. 280 p.

4. Pogorelov V.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), № 1, 2016. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2016/3571.

5. Sirotenko M.Ju., Pshikhopov V.Kh. Izvestija JuFU. Tehnicheskie nauki. 2008, № 1(78). pp. 196-198.

6. Kapustyan S.G., Medvedev M.Yu, Gaiduk A.R., Dyachenko A.A., Shapovalov I.O. Intellektual'noe upravleniye mobil'nymi robotami v usloviyakh neoprede-

lennosti [Intellectual control of mobile robots in conditions of uncertainty]. [Materials of 10-th All-Russia multiconference (vil. Divnomorskoe, Gelendzhik, Russia). Vol. 2], Izd-vo SFedU, 2017. pp. 253-255.

7. Aleksandrov A.G. Optimal'nye i adaptivnye sistemy [Optimal and adaptive systems]. M.: Vysshaya shkola, 1976. 263 p.

8. Gurenko B.V., Nazarkin A.S. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2015/3288.

9. Gaiduk A.R. Analiz i analiticheskiy cintez tsyfrovykh system upravleniya [Analysis and analytical synthesis of digital control systems]. SPb.: LAN', 2018. 199 p.

10. Gaiduk A.R. Teoriya i metody analiticheskogo sinteza system avtomaticheskogo upravleniya (Polinomial'nyiy podkhod) [Theory and methods of analytical design of automatic control systems (Polynomial approach)]. M.: Phizmatlit, 2012. 415 p.

11. Kim D.P. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T. 1. Lineynye sistemy. 2-e izd., ispr. i dop. [Theory of automatic control. Vol. 1. Linear systems. 2 edit. corr. and add.]. M.: Phizmatlit, 2007. 288 p.

12. Gaiduk A.R., Plaksienko E.A. Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye. 2016. Vol. 17, № 5. pp. 308-315.