Моделирование корпуса шаровой опоры легкового автомобиля

Ю.В. Родионов, С.В. Баканова, А.А. Войнов

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Аннотация: На основе системного анализа повреждений деталей и сравнения долговечности существующих шаровых опор с полимерным гомогенным элементом с долговечностью модифицированных опор построены модель ячейки с усреднённым размещением модификатора в подложке опоры и модель приведения многослойного корпуса опоры к эквивалентному однослойному; выполнены расчёты контактного давления, контактных деформаций и напряжений. При расчёте учтены реологические и физико-химические свойства компонентов подложки и модификатора, влияние внешней среды. В результате обработки информации было установлено, что во всех точках контура материал испытывает двухосное плоское двухмерное напряжённое состояние, называемое чистым сдвигом с наличием касательных напряжений. В результате применения системного анализа установлено, что наиболее напряжённой опасной точкой является точка, лежащая в центре площадки соприкосновения деталей.

Ключевые слова: шаровая опора, долговечность, моделирование, полимерный материал, гранула, модифицирование.

При разработке методов повышения надежности деталей на основе системного анализа необходимо, в частности, определить внутренние и локальные напряжения, а также проявляющиеся под действием нагрузок деформации [1-3]. Решение задачи осложняется тем, что элементы шаровых опор (ШО) легковых автомобилей имеют различные жёсткостные характеристики, а модифицированная подложка, кроме того, обладает гетерогенной структурой [4-7]. Для проектируемой оболочки на первом этапе гетерогенную подложку вкладыша заменяем эквивалентным однородным слоем, а далее многослойный корпус заменяем однослойным и решаем контактную задачу более простым способом.

Моделирование многослойного корпуса ШО однослойной сферической оболочкой с неполной сферой основано на решении аналогичной задачи для оболочечных аппаратов космонавтики [8]. Расчётные схемы приведены на рис. 1-4.

На рис. 1, *а* двухслойный корпус, состоящий из полимерного элемента *2* и металлической обоймы *3*, заменяется однослойным корпусом (рисунок

Инженерный вестник Дона, №2 (2018)
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/4831

2.1,*б*) с эквивалентным модулем упругости $E_{экв.к}$. По рис. 2 для трёхслойного корпуса, содержащего в своём составе два полимерных элемента *2* и *3*, вкладыш и КПВ, моделируется вначале эквивалентная однослойная полимерная оболочка (рис. 2, *б*), которая затем в сочетании с металлической обоймой корпуса позволяет получить модель однослойного эквивалентного корпуса ШО (рис. 2, *в*).

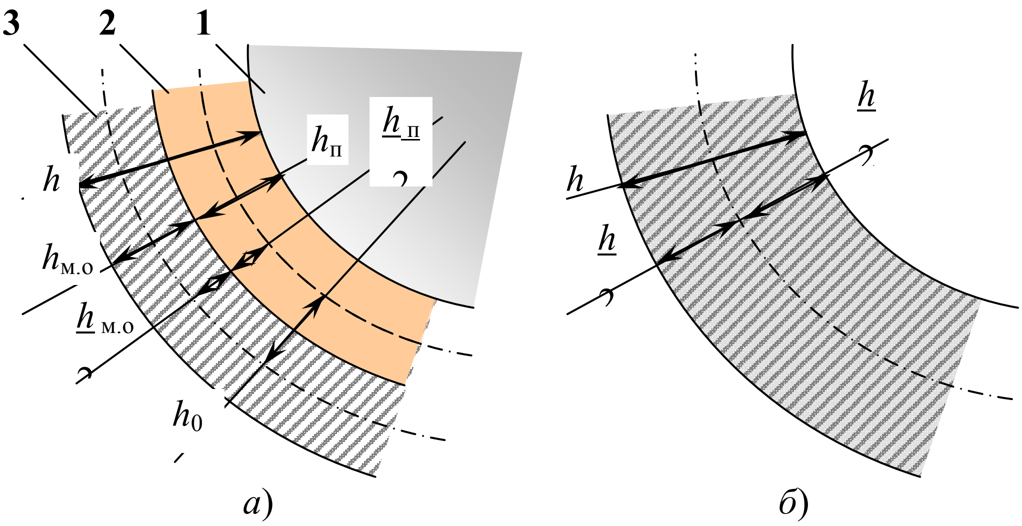

Рис. 1.- Расчётные толщины корпуса сферического подшипника скольжения: *а* – разрез двухслойного корпуса,
б – модель эквивалентного однослойного корпуса

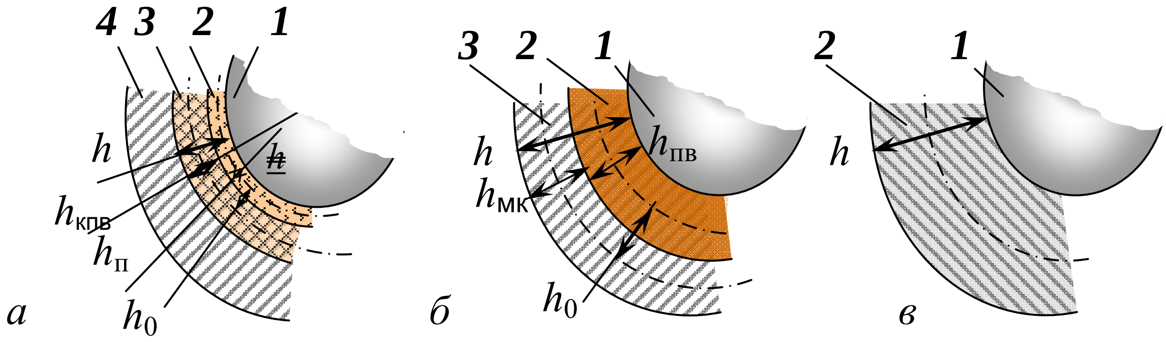

Рис 2. - Последовательное приведение трёхслойного корпуса шарнира к эквивалентной оболочке (разрез ШО):
а – *1* – палец, *2* – полимерный вкладыш, *3* – полимерная подложка, *4* – обойма корпуса металлическая; *б* – *1* – палец, *2* – эквивалентный полимерный слой, *3* – обойма корпуса; *в* –*1* – палец, *2* – эквивалентная однослойная оболочка корпуса.

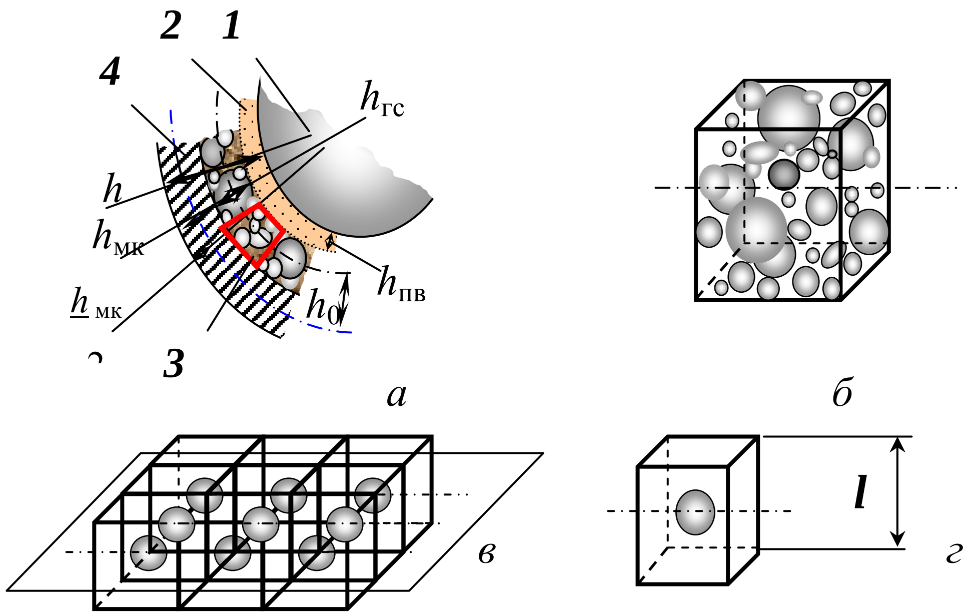

Рис. 3. - Моделирование модифицированной подложки
а – разрез ШО, *1* – палец, *2* – полимерный вкладыш, *3* – полимерная подложка с модификатором, *4* – металлическая обойма корпуса;
б – гетерогенная структура подложки, *в* – структура подложки с идеальным расположением гранул модификатора, *г* – модель ячейки.

На рис 3, *а* показан трёхслойный корпус ШО, в составе которого содержится модифицированный полимерный слой. На рис. 3, *б* - *г* представлена последовательность приведения модифицированного полимерного материала *3*, при моделировании модифицированной эквивалентной ячейки.

В данном случае, при введении модификатора в виде гранул из металла в полимерный элемент *3*, последний становится неоднородным слоем. Расстояние между гранулами определяем, анализируя два соседних элементарных объёма и сечение, проходящее через центры гранул.

Будем считать, что единичная гранула заполняет объём куба с ребром $\boldsymbol{l}$ = $2(h+R)$. Следовательно, объём ячейки $V = 8(h+R)^3$, а объём гранулы $V_м = 4\pi R^3 / 3$. Принимая концентрацию гранул $K = V_м / V$, установим:

$$K = \frac{\pi R^3}{6(h+R)^3}, \text{ откуда } \frac{h}{R} = 0{,}55 \cdot \sqrt[3]{\frac{\pi}{K}} - 1. \qquad (1)$$

Максимальная концентрация гранул будет при условии $h = 0$, что соответствует $K = \pi / 6 = 0{,}5236$, а минимальная - при $h \to \infty$, откуда $V_м \to 0$.

Двухслойная оболочка корпуса ШО характеризуется жёсткостями на изгиб $D_{\theta 1}$, D_{x2} и жёсткостями на растяжение $A_{\theta 1}$ и A_{x2} для двух слоев [8].

Данные жёсткости при коэффициенте Пуассона для слоев $\nu = (\nu_{м.о} + \nu_{пэ})/2$ на единицу расстояния представляем в виде:

$$A_x = \frac{1}{1-\nu^2}\left[E_{м.о} h_{м.о} + E_п h_п\right], \qquad (2)$$

$$D_\theta = \frac{E_{м.о} h_{м.о}^3}{12\left(1-\nu_{м.о}^2\right)} + \frac{E_п h_п^3}{12\left(1-\nu_п^2\right)} + h_0^2 \frac{E_{м.о} E_п h_{м.о} h_п}{\left(E_{м.о} h_{м.о} + E_п h_п\right)\left(1-\nu^2\right)}, \qquad (3)$$

где A_x, D_θ – приведённые жёсткости оболочки на растяжение и на изгиб;

ν, $\nu_п$, $\nu_{м.о}$ – коэффициенты Пуассона: осреднённый, полимерного элемента и металлической обоймы;

$E_п$, $E_{м.о}$ – модули упругости полимерного элемента и металлической обоймы;

h, $h_{\text{м.о}}$, $h_{\text{п}}$ – полная толщина корпуса, толщина металлической обоймы и полимерного элемента соответственно;

h_0 – расстояние между поверхностями двух слоёв ШО.

Условно принимаем для расчета толщину эквивалентной однослойной оболочки равной толщине пакета двухслойной оболочки, т.е.

$$h = h_{\text{м.о}} + h_{\text{п}} \qquad h_o = (h_{\text{м.о}} + h_{\text{п}})/2$$

Плотность материала эквивалентной однослойной оболочки будет

$$\rho_{\text{экв}} = \frac{\left(\rho_{\text{м.о}} h_{\text{м.о}} + \rho_{\text{п}} h_{\text{п}}\right)}{h}. \tag{4}$$

Оболочка теряет устойчивость при критическом давлении $q_{\text{кр}}$, при котором собственная частота определяется по формуле [6]:

$$\omega^2 = \frac{n^2\left(n^2-1\right)\cdot q_{\text{кр}}(n)}{\left(n^2+1\right)\cdot \rho_{\text{экв}} h R}\quad , \tag{5}$$

где R - радиус срединной поверхности оболочки;

n – количество волн в окружном направлении.

Минимальное значение $q_{\text{кр}}$ получается, когда в продольном направлении возникает одна полуволна. Следовательно,

$$q_{\text{кр}}(n) = \frac{D_\theta}{R^3}\left(n^2-1\right) + \frac{A_x\left(1-\nu^2\right)}{R}\left(\frac{\pi R}{l}\right)^4 \cdot \frac{1}{n^6}\quad , \tag{6}$$

где $\boldsymbol{l}$ – длина оболочки.

Из условия $\dfrac{dq_{\text{кр}}(n)}{dn} = 0$ получим выражение для n^2 :

$$n^2 = \frac{\pi R}{l}\sqrt{\frac{3R^2 A_x\left(1-\nu^2\right)}{D_\theta}}\quad . \tag{7}$$

Подставляя полученное выражение в (6), и учитывая, что обычно $n^2 >> 1$, находим минимальное значение $q_{\text{кр}}$:

$$\min q_{\text{кр}} = \frac{4\pi}{\sqrt[4]{27}}\left[\frac{\sqrt[4]{D_\theta^3 A_x\left(1-\nu^2\right)}}{l\sqrt{R^3}}\right] . \qquad (8)$$

Подставляя выражения n^2 и $\min q_{\text{кр}}$ в (5), получим выражение для частоты колебаний оболочки :

$$\omega = \frac{2\pi}{\sqrt[4]{3}}\left[\frac{\sqrt[4]{D_\theta A_x\left(1-\nu^2\right)}}{l\cdot\sqrt{\rho_{\text{экв}} hR}}\right] . \qquad (9)$$

При $\rho_{\text{экв}}\cdot h = \text{const}$ получим $\omega \approx 4\sqrt{E_\theta E_x}$.

Окончательно, преобразовав (9), получим эквивалентный модуль нормальной упругости:

$$E_{\text{экв к}} = \sqrt{E_\theta \cdot E_x} . \qquad (10)$$

Входящие в (10) величины:

$$E_\theta = E_{\text{м.о}}\left(\bar{h}_{\text{м.о}}\right)^3 + E_{\text{п}}\left(\bar{h}_{\text{п}}\right)^3 + \frac{12\bar{h}_0^2 E_{\text{м.о}} E_{\text{п}} \bar{h}_{\text{м.о}} \bar{h}_{\text{п}}}{E_{\text{м.о}}\bar{h}_{\text{м.о}} + E_{\text{п}}\bar{h}_{\text{п}}} , \qquad (11)$$

$$E_x = E_{\text{м.о}}\left(\bar{h}_{\text{м.о}}\right) + E_{\text{п}}\left(\bar{h}_{\text{п}}\right). \qquad (12)$$

Приведённые безразмерные толщины:

$$\bar{h}_{\text{м.о}} = \frac{h_{\text{м.о}}}{h};\quad \bar{h}_{\text{п}} = \frac{h_{\text{п}}}{h};\quad \bar{h}_0 = \frac{h_0}{h};\quad h = h_{\text{м.о}} + h_{\text{п}};\quad \bar{h} = \bar{h}_{\text{м.о}} + \bar{h}_{\text{п}} . \qquad (13)$$

В формулах (10), (11), (12), (13)

– E_θ и E_x – модули упругости при изгибе и растяжении;

– $\bar{h}_{\text{м.о}}$, $\bar{h}_{\text{п}}$, $\bar{h}_0$ – приведённые толщины металлической обоймы, полимера и высота срединного слоя.

Данные зависимости выражения E_θ , E_x , $E_{\text{экв к}}$ позволяют при расчетах заменить классический корпус с полимером однослойной оболочкой с указанными параметрами.

Полимеры обладают рядом свойств, характерным как твердым, так и жидким телам. Поэтому обобщенный закон Гука, полагающий для упругого твердого тела линейную зависимость компонентов напряжения от компонентов деформаций, распространим и для полимерных материалов, используемых для ШО.

Работа изотропного идеально упругого тела характеризуется двумя константами: коэффициентом Пуассона ν и модулем Юнга E. Модуль упругости при сдвиге G определяется известным соотношением $G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$.

Модуль сжимаемости K, зависит от констант ν и G и определяется выражением

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}. \qquad (14)$$

Определив значение приложенной нагрузки, главные радиусы кривизны поверхностей тел в точке касания и упругие характеристики материалов деталей можно установить:

1 – форму и размеры площадки контакта тел;

2 – величину деформации;

3 – величину и распределение давления по площадке контакта.

Палец (индентор) в расчётной схеме представлен как тело I (рис. 4).

Корпус ШО с эквивалентным модулем упругости, представляет собой сферическую оболочку, которая является контртелом II по отношению к индентору - телу I.

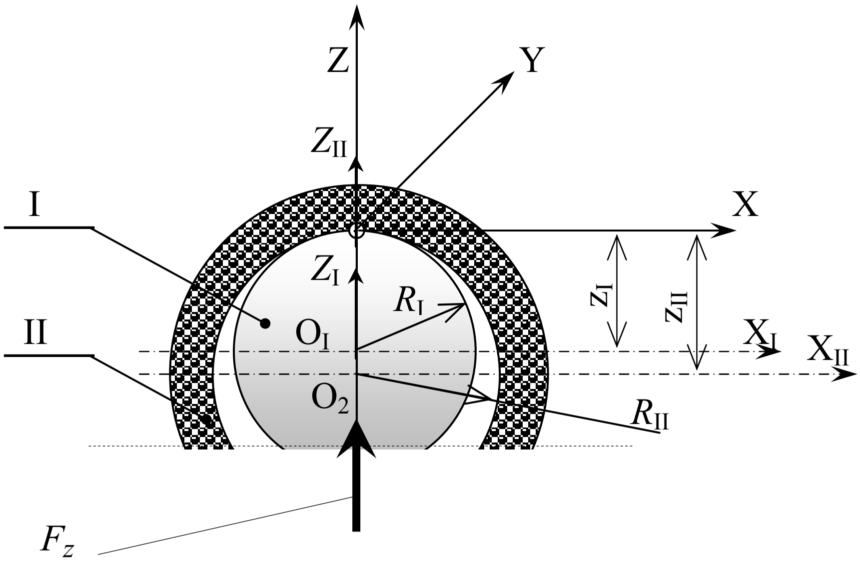

Рис. 4. - Расчётная схема по определению контактных напряжений и смещений.

При расчёте на контактное взаимодействие приводим модули упругости двух тел к единому значению:

$$E_{\text{пр}} = \frac{2(E_{\text{I}} \cdot E_{\text{II}})}{E_{\text{I}} + E_{\text{II}}}. \qquad (15)$$

Упругие свойства взаимодействующих материалов обобщает коэффициент, который зависит от модулей упругости E_i (Н/м^2) [9] и определяется по формуле:

$$\eta = 2(1 - \nu^2)\frac{1}{E_{\text{пр}}}, \quad \frac{1}{\text{МПа}} \qquad (16)$$

С помощью приведённого модуля упругости $E_{\text{пр}}$ можно решать практические контактные задачи при работе слоев из пластмассы.

В зоне взаимного контакта деталей I и II (рис. 4) возникает локальная круговая зона контакта радиусом $a = b$ [10,11].

При известных геометрических размерах и упругих постоянных соприкасающихся тел радиус круговой площадки ШО определяется по формуле:

$$a = b = \sqrt[3]{\frac{3}{2}\eta\frac{1}{\sum k}F_z}, \qquad (17)$$

где Σk – сумма кривизн индентора и контртела

$$\sum k = 2\left(\frac{1}{R_{\mathrm{II}}} - \frac{1}{R_{\mathrm{I}}}\right) = 2\frac{R_{\mathrm{II}} - R_{\mathrm{I}}}{R_{\mathrm{I}} \cdot R_{\mathrm{II}}}; \tag{18}$$

F_z - осевая сосредоточенная сила (Н).

Преобразуем формулу (17), используя формулу (18).

Окончательно для двух соприкасающихся сферических тел, одно из которых касается вогнутой поверхности другого, получим:

$$a = b = 0{,}9086\sqrt[3]{\eta\frac{R_{\mathrm{I}} \cdot R_{\mathrm{II}}}{R_{\mathrm{II}} - R_{\mathrm{I}}}F_z} \tag{19}$$

где η – коэффициент, определяемый по формуле (16).

Взаимное перемещение пальца и корпуса характеризуется суммой перемещений точек первоначального касания и определяется по выражению

$$\delta = n_\delta \frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{4}\eta^2 \sum k \cdot F^2} \tag{20}$$

Безразмерный коэффициент n_δ равен единице при круговой площадке контакта. Для пальца и корпуса ШО со сферическими поверхностями с известными n_δ , η, и Σk сближение:

$$\delta = 0{,}8255 \cdot \sqrt[3]{\eta^2 \frac{R_{\mathrm{II}} - R_{\mathrm{I}}}{R_{\mathrm{I}} \cdot R_{\mathrm{II}}} \cdot F_z^{\,2}}\,. \tag{21}$$

Наибольшая величина давления p_0 в общем виде определяется следующей зависимостью:
$$p_0 = n_p \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{2}\left(\frac{\sum k}{\eta}\right)^2 F_z}\,. \tag{22}$$

При касании сферических тел радиуса R_{I} и впадины радиуса R_{II} , при безразмерном коэффициенте n_p = 1, и сумме кривизн $\sum k = 2\left(\frac{1}{R_{\mathrm{II}}} - \frac{1}{R_{\mathrm{I}}}\right)$ формула (22) упрощается и приобретает вид:

$$p_0 = 0{,}5784 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{\eta^2}\left(\frac{R_{II} - R_I}{R_{II} \cdot R_I}\right)^2} \cdot F_z \,. \qquad (23)$$

$$p_0 = 0{,}5784 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{\left(1{,}43 \cdot 10^{-11}\right)^2}\left(\frac{(16{,}35 - 16{,}30) \cdot 10^{-3}}{16{,}35 \cdot 10^{-3} \cdot 16{,}30 \cdot 10^{-3}}\right)^2 F_Z} \,,$$

$$p_0 = 3{,}48 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{F_Z} \,.$$

При действии силы F_z наибольшее давление в центре площадки

$$p_0 = 3{,}48 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{3187} = 47{,}3 \cdot 10^6 \, \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \,.$$

Распределение давления p по круговой площадке контакта представляется ординатами ξ полусферы радиуса a, построенной на этой площадке [12], т.е. $p = p_0 \cdot \dfrac{\xi}{a}$, $\quad 0 \le \xi \le a$.

Из этой зависимости следует, что максимальное давление испытывает точка в центре площадки при $\xi = a$, а по контуру площадки при $\xi = 0$ $p = 0$.

Далее, зная распределение давления, можно перейти к определению напряжённого состояния в следующих точках соприкасающихся деталей:

а) на оси симметрии Z , проходящей через центр площадки контакта нормально к её поверхности;

б) в контурных точках поверхности площадки взаимодействия.

Аксиальное напряжение, т.е. нормальное напряжение в площадках, перпендикулярных к оси Z от действия сосредоточенной силы F_Z , приложенной к поверхности тела:

$$\sigma_z = -\int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{prd\varphi dr}{2\pi} \cdot \frac{3z^3}{\rho^5} \,; \qquad (24)$$

где $$p = \frac{p_0}{a} \cdot \sqrt{a^2 - r^2} \text{ и } \rho = \sqrt{z^2 + r^2}.$$

$$\sigma_z = -\frac{3p_0}{a} \cdot z^3 \int_0^a \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{\sqrt{\left(z^2 + r^2\right)^5}} r dr \text{ или } \sigma_z = -p_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2}. \qquad (25)$$

Знак минус в выражении (25) показывает, что напряжение σ_z является сжимающим. При z = 0 у центра площадки контакта $\sigma_z = -p_0$, а при неограниченном возрастании z аксиальное напряжение σ_z стремится к нулю.

В центре площадки по оси Z будут наибольшие сжимающие напряжения:

$$\sigma_3 = \sigma_z = -p_0, \quad \sigma_3 = -47{,}3 \text{ МПа}; \qquad (26)$$

два других главных напряжения

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -\frac{2\nu + 1}{2} p_0 = -0{,}8\, p_0, \qquad \sigma_1 = \sigma_2 = -37{,}8 \text{ МПа}. \quad (27)$$

Следовательно, материал в центре площадки контакта испытывает трёхмерное, т.е. объёмное напряжённое состояние, близкое к всестороннему сжатию.

Максимальное касательное напряжение в этой точке

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{-0{,}8 p_0 - (-p_0)}{2} = 0{,}1 \cdot 47{,}3 = 4{,}7 \text{ МПа}. \qquad (28)$$

Напряжения в направлении осей X и Y выражаются зависимостью:

$$\sigma_x = \sigma_y = -p_0 \left[(1 + \nu) - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2} - (1 + \nu) \frac{z}{a} \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{z} \right]. \quad (29)$$

Для точки у центра поверхности контакта, где z = 0

$$\sigma_x = \sigma_y = -p_0 \cdot \frac{(1+2\nu)}{2}. \tag{30}$$

Величина τ_{max} в функции расстояния z от центра площадки соприкасания выражается следующей зависимостью:

$$\tau_{max} = -\frac{1}{2} p_0 \left[(1+\nu) - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{z}{a}\right)^2} - (1+\nu)\frac{z}{a} \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{z} \right]. \tag{31}$$

Для точек, лежащих на пересечении контура круговой площадки соприкасания с осью *X*, имеет место следующая система главных напряжений

$$\sigma_1 = \sigma_x = \frac{1-2\nu}{3} p_0; \tag{32}$$

$$\sigma_2 = \sigma_z = 0; \tag{33}$$

$$\sigma_3 = \sigma_y = -\frac{1-2\nu}{3} p_0. \tag{34}$$

На контуре круговой площадки действует наибольшее растягивающее напряжение вдоль радиуса $\sigma_1 = \frac{1-2\nu}{3} p_0 = 0{,}133\, p_0$ (35)

Напряжение, параллельное оси *Z* в точках контура $\sigma_2 = \sigma_z = 0$. (39)

Третье сжимающее напряжение действует по касательной к контуру площадки касания $\sigma_x = \sigma_3 = -\frac{1-2\nu}{3} p_0 = -0{,}133\, p_0$; (36)

σ_1 = 6,5 МПа. σ_2 = 0. σ_3 = - 6,5 МПа.

Максимальное касательное напряжение во всех точках контура

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{0{,}133 p_0 - (-0{,}133 p_0)}{2} = 0{,}133 p_0$$

Вывод: во всех точках контура материал испытывает двухосное плоское двухмерное напряжённое состояние, называемое чистым сдвигом с наличием касательных напряжений. Наиболее напряжённой опасной точкой является точка, лежащая в центре площадки соприкосновения деталей.

Литература

1. Зайцева М.М., Мегера Г.И., Касьянов Д.Н. Проблема долговечности деталей грузовых автомобилей // Инженерный вестник Дона, 2017, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2017/4076

2. Косенко Е.Е., Черпаков А.В., Косенко В.В., Недолужко А.И. Методы оценки эксплуатационной надежности автомобилей // Инженерный вестник Дона, 2017, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2017/4303

3. Novikov A.N., Katunin A.A., Tebekin M.D., Novikov I.A. Vibration diagnostics as a way of defining car suspension bracket ball elements technical condition // International Journal of Applied Engineering Research. - 2015. Vol. 10. №24. pp. 44884-44888.

4. Радченко С.Ю., Новиков А.Н., Катунин А.А., Тебекин М.Д. Анализ видов повреждений шаровых шарниров // Мир транспорта и технологических машин. -2012.- № 1 (36). - С. 8-14.

5. Archard J.F. Interdisciplinary Approach to Friction and Wear. - NASA SP-181, Washington, 1968. 267 p.

6. Артёмов И.И., Войнов А.А. Повышение долговечности шаровых опор легковых автомобилей // Известия вузов. - М.: Машиностроение, 2007. - № 9. - С. 43-51.

7. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Сычёв А.П., Яковлев В. Б. Влияние микроструктуры на локальные значения напряжений и деформаций в волокнистом композите //Вестник машиностроения. -2005. - № 8. – С. 35-38.

8. Банах Л.Я., Жеребчиков С.Н., Рудис М.А. Разработка математической модели и анализ собственных колебаний жидкостного

ракетного двигателя с учётом упругости составляющих подсистем / Проблемы машиностроения и надёжности машин. - Наука, 2004, № 6. С. 3-8.

9. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. М.: Машиностроение, 1977. 488 с.

10. Артёмов И.И., Савицкий В.Я., Сорокин С.А. Моделирование изнашивания и прогнозирование ресурса трибосистем. Пенза: Информационно-издательский центр Пензенского государственного университета, 2004. 374 с.

11. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусёнков А.П. Расчёты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник // М.: Машиностроение, 1985. 224 с.

12. Новиков А.Н. Математическое моделирование технического состояния шарового шарнира в условиях стендовых испытаний // Мир транспорта и технологических машин. 2014. № 4. С. 39-46.

References

1. Zajceva M.M., Megera G.I., Kas'janov D.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2017/4076

2. Kosenko E.E., Cherpakov A.V., Kosenko V.V., Nedoluzhko A.I. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2017/4303

3. Novikov A.N., Katunin A.A., Tebekin M.D., Novikov I.A. International Journal of Applied Engineering Research. 2015. Vol. 10. №24. pp. 44884-44888.

4. Radchenko S.Ju., Novikov A.N., Katunin A.A., Tebekin M.D. Mir transporta i tehnologicheskih mashin. 2012. № 1 (36). pp. 8-14.

5. Archard J.F. Interdisciplinary Approach to Friction and Wear. NASA SP-181, Washington, 1968. P. 267.

6. Artjomov I.I., Vojnov A.A. Izvestija vuzov. M.: Mashinostroenie, 2007. № 9. pp. 43-51.

7. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Sychjov A.P., Jakovlev V. B. Vestnik mashinostroenija. 2005. № 8. pp. 35-38.

8. Banah L.Ja., Zherebchikov S.N., Rudis M.A. Problemy mashinostroenija i nadjozhnosti mashin. Nauka, 2004, № 6. pp. 3-8.

9. Biderman V.L. Mehanika tonkostennyh konstrukcij. Statika. [Mechanics of thin-walled structures. Statics]. M.: Mashinostroenie, 1977. 488 p.

10. Artjomov I.I., Savickij V.Ja., Sorokin S.A. Modelirovanie iznashivanija i prognozirovanie resursa tribosistem [Modeling of wear and forecasting of tribosystems resource]. Penza: Informacionno-izdatel'skij centr Penzenskogo gosudarstvennogo universiteta, 2004. 374 p.

11. Kogaev V.P., Mahutov N.A., Gusjonkov A.P. Raschjoty detalej mashin i konstrukcij na prochnost' i dolgovechnost': Spravochnik [Calculations of machine parts and structures for strength and durability: Guide]. M.: Mashinostroenie, 1985. 224 p.

12. Novikov A.N. Mir transporta i tehnologicheskih mashin. 2014. № 4. pp. 39-46.