

## Численное моделирование пространственно-временной динамики параметров газоразрядной плазмы в рекомбинационных лазерах

Г.Д. Чеботарев

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** Численно исследована пространственно-временная динамика параметров плазмы, а также рассчитаны параметры излучения для лазера на парах стронция ( $\lambda=430,5$  нм SrII) при оптимальных условиях накачки активной среды, найденных нами экспериментально. Анализ полученных результатов показал, что при условиях возбуждения импульсно-периодического разряда в активном элементе, обеспечивающих максимальную скорость накачки уровней SrII за счет ударно-радиационной рекомбинации, реализуется достаточно высокая степень пространственной однородности плазмы в активной среде, необходимая для достижения высоких выходных параметров лазерного излучения. К таким условиям относятся парциальные давления компонент рабочей смеси Sr-He, импульсный энерговклад в активную среду, а также частота следования импульсов. Результаты исследований могут служить ориентиром при оптимизации режимов работы рекомбинационных лазеров.

**Ключевые слова:** лазер на парах стронция, рекомбинационная накачка, численное моделирование, оптимизация.

Газоразрядные лазеры на парах металлов позволяют получать излучение в широком диапазоне длин волн с высокими выходными параметрами [1-3]. В зависимости от механизма накачки рабочих уровней среди лазеров этого типа можно выделить следующие классы лазеров: лазеры на самоограниченных переходах, у которых инверсия населенностей формируется на переднем фронте импульса разрядного тока [1, 3]; лазеры с накачкой ударами второго рода (реакция перезарядки, реакция Пеннинга) [2, 4]; рекомбинационные лазеры [3, 5, 6], накачка рабочих уровней в которых осуществляется в период рекомбинации плазмы импульсно-периодического разряда за счет реакции ударно-радиационной рекомбинации. Типичным представителем класса рекомбинационных лазеров является ионный лазер на парах стронция (ИЛПС), обладающий высокими параметрами излучения в фиолетовом диапазоне длин волн ( $\lambda=416,2$  нм SrII и  $430,5$  нм SrII) [3, 5].

Активная среда (АС) данного лазера эффективно функционирует при высоких давлениях буферного газа гелия  $p_{\text{He}}$ , а также при высоких удельных

энерговкладах и высоких частотах следования импульсов  $f$ . При таких условиях возможно формирование пространственно-неоднородных распределений параметров АС. Пространственные неоднородности газоразрядной плазмы ограничивают рост выходных параметров ИЛПС при увеличении объема АС, давления  $p_{\text{не}}$  и частоты  $f$ , при этом условия достижения высоких выходных параметров определяются как условиями реализации эффективной рекомбинационной накачки, так и условиями обеспечения пространственной однородности АС. Поэтому при оптимизации ИЛПС необходим тщательный подбор режима работы активного элемента (АЭ). Кроме того, наличие ограничивающих факторов затрудняет возможность прогнозирования оптимальных режимов работы и выходных параметров излучения ИЛПС с различной геометрией АЭ.

Весьма информативным методом исследований ИЛПС является численное моделирование [7-9], позволяющее в деталях изучать пространственно-временную динамику параметров АС, осуществлять поиск оптимальных режимов накачки и расчет выходных параметров излучения.

В работе была проведена экспериментальная оптимизация саморазогревного АЭ ИЛПС с внутренним диаметром  $d=1,5$  см и активной длиной  $l=45$  см, при этом условия накачки варьировались в широких пределах. Для возбуждения импульсно-периодического разряда использовалась схема Блюмлейна [3, 5] с накопительными емкостями, равными 3300 пФ. Также была численно исследована пространственно-временная динамика параметров АС данного ИЛПС при условиях накачки, соответствующих эксперименту. Моделирование проводилось с использованием самосогласованной модели [9], позволяющей исследовать как процесс установления пространственных распределений параметров плазмы, так и функционирование АС в установившемся импульсно-периодическом режиме. Для тестирования модели были численно

воспроизведены режимы работы АЭ ИЛПС различной геометрии, исследованных в работах [10-12], посвященных экспериментальным измерениям параметров АС, определяющих скорость рекомбинационной накачки. Результаты тестирования показали, что модель хорошо воспроизводит как временной ход параметров плазмы, так и их пространственное распределение в АС. Согласно этим результатам, установление импульсно-периодического режима происходит за  $\sim 50$  импульсов, что также соответствует экспериментальным наблюдениям.

В процессе экспериментальных исследований нами была реализована лазерная генерация на переходе  $\lambda=430,5$  нм SrII и изучена зависимость средней мощности излучения  $P_{av}$  от давления  $p_{He}$ . При каждом значении давления путем вариаций импульсного энерговклада (равного энергии в накопительных емкостях) и частоты  $f$  достигалась максимальная величина мощности  $P_{av}$ . При этом найденный оптимальный энерговклад обеспечивал максимум скорости рекомбинационной накачки при найденном оптимальном парциальном давлении паров стронция  $p_{Sr}$  в рабочей смеси Sr-He, реализуемом при оптимальной температуре  $T_w$  внутренней стенки саморазогревного АЭ, определяемой вкладываемой в него от источника питания мощностью (задаваемой значениями энерговклада и частоты).

Отметим, что из лазерных переходов  $\lambda=416,2$  нм и  $430,5$  нм, представляющих собой конкурирующие по верхнему уровню компоненты дублета, в неселективном резонаторе реализуется генерация на более сильной компоненте  $\lambda=430,5$  нм.

На рис. 1а показаны наблюдаемые в эксперименте импульсы разрядного тока и лазерного излучения на  $\lambda=430,5$  нм, форма которых является типичной для рекомбинационных лазеров.

На рис. 1б показаны результаты экспериментальной оптимизации АЭ, из которых видно, что средняя мощность  $P_{av}$  имеет величину, близкую к

максимальному значению, в широком диапазоне давлений  $p_{\text{He}} \sim 0,5\text{--}1$  атм. Максимальное значение  $P_{\text{av}}$  достигается при  $p_{\text{He}} = 0,7$  атм. При этом оптимальное значение температуры  $T_w$  составляет  $\sim 600^\circ\text{C}$ .

При повышении  $p_{\text{He}}$  оптимальная температура  $T_w$  испытывает небольшой рост. Соответственно, увеличивается и давление паров  $p_{\text{Sr}}$ . При этом наблюдается монотонный рост импульсных параметров излучения (пиковой мощности и энергии импульсов).

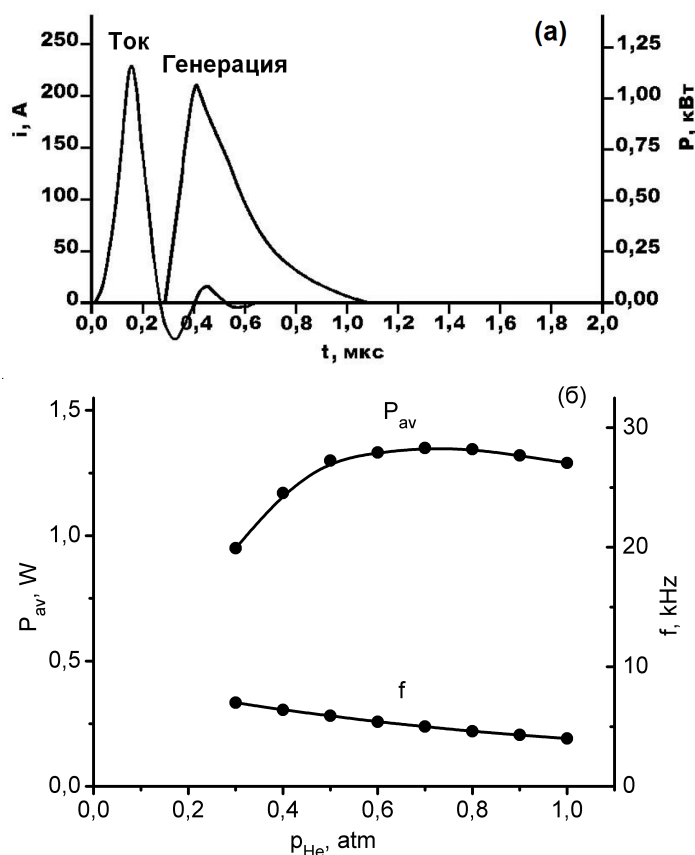


Рис. 1. – Наблюдаемые в эксперименте токовый и лазерный импульсы при давлении буферного газа  $p_{\text{He}} = 0,7$  атм (а), а также измеренные зависимости значений средней мощности  $P_{\text{av}}$  и частоты  $f$  от  $p_{\text{He}}$  (б)

На рис. 2-6 показаны результаты численных экспериментов для исследованного АЭ. В частности, рис. 2 демонстрирует результаты моделирования, воспроизводящие условия проведенных нами натурных экспериментов.

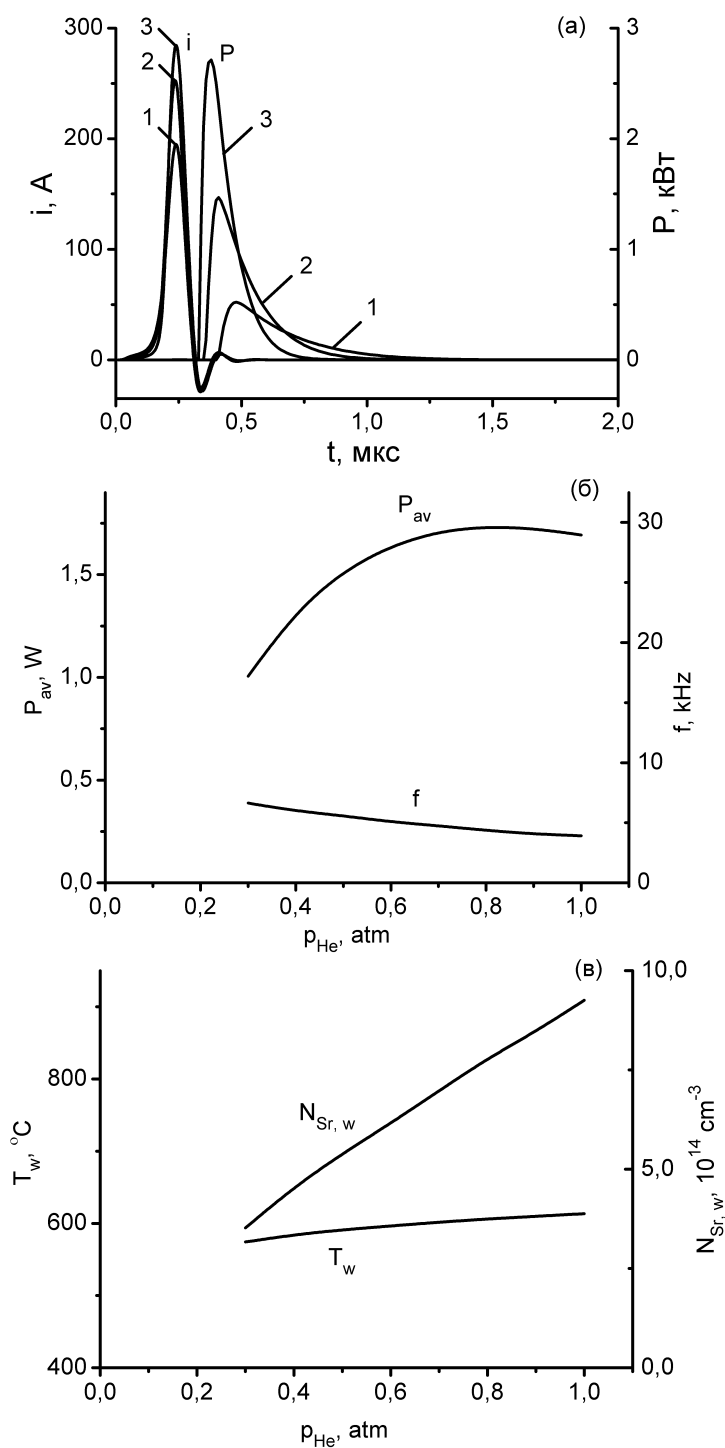


Рис. 2. – Полученные в численном эксперименте токовые и лазерные импульсы (а): 1 –  $p_{\text{He}} = 0.4$  атм; 2 –  $p_{\text{He}} = 0.7$  атм; 3 –  $p_{\text{He}} = 1$  атм; зависимости значений средней мощности  $P_{\text{av}}$  и частоты  $f$  от  $p_{\text{He}}$  (б), а также зависимости оптимальных значений температуры  $T_w$  и пристеночной концентрации атомов стронция  $N_{\text{Sr}, w}$  от  $p_{\text{He}}$  (в)

Как видно, имеется хорошее согласие между результатами численных расчетов и данными экспериментов.

На рис. 3 показана эволюция во времени на оси АЭ основных параметров плазмы, определяющих скорость накачки уровней SrII, при оптимальном значении давления  $p_{\text{He}}=0,7$  атм.

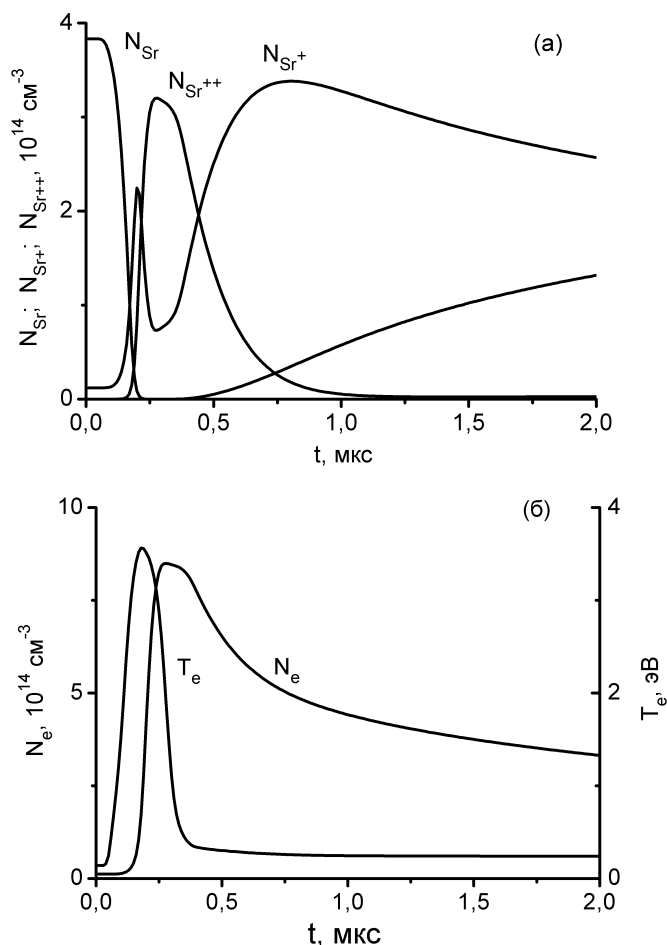


Рис. 3. – Полученная в численном эксперименте эволюция во времени концентраций нейтральных  $N_{\text{Sr}}$ , однократно ионизованных  $N_{\text{Sr}^{+}}$  и двукратно ионизованных  $N_{\text{Sr}^{++}}$  атомов стронция (а), а также концентрации электронов  $N_e$  и электронной температуры  $T_e$  (б) на оси АЭ при  $p_{\text{He}}=0,7$  атм

Из рис. 1-2а видно, что лазерная генерация осуществляется сразу после импульса тока, т.е. в период рекомбинации плазмы. Механизмом накачки,

обеспечивающим инверсию населенностей на переходах SrII, является ударно-радиационная рекомбинация [3, 5]:  $\text{Sr}^{++} + 2e \rightarrow \text{Sr}^{+*} + e$ .

Скорость накачки  $W_r$  уровней SrII определяется концентрациями компонент плазмы, участвующих в данном процессе рекомбинации, т.е. концентрациями двукратных ионов стронция и электронов, а также температурой электронов  $T_e$ :  $W_r = \alpha N_{\text{Sr}^{++}} N_e^2$ , где  $\alpha \propto T_e^{-9/2} Z^3 \ln(1+Z^2)^{1/2}$  [3, 5] (здесь  $\alpha$  – коэффициент рекомбинации,  $Z$  – кратность рекомбинирующих ионов).

Максимум концентрации ионов  $\text{Sr}^{++}$  достигается к концу импульса тока в результате прямой и ступенчатой ионизации атомов Sr (рис. 3а). К тому же моменту достигает максимума и концентрация электронов  $N_e$  (рис. 3б). Кроме того, из-за резкой зависимости коэффициента  $\alpha$  от  $T_e$ , величина  $W_r$  также резко зависит от  $T_e$  ( $W_r \propto T_e^{-9/2}$ ) и принимает максимальные значения при низких значениях  $T_e \sim 0,3\text{--}0,4$  эВ, реализуемых в раннем периоде послесвечения (рис. 3б), когда электроны быстро остывают по причине упругих столкновений с нейтральными и ионизованными атомами буферного газа. Таким образом, сразу после импульса тока реализуются максимальные значения скорости накачки и, соответственно, инверсии населенностей на лазерных переходах SrII.

При этом, как следует из рис. 2а (а также из данных эксперимента), при повышении  $p_{\text{He}}$  имеет место существенный рост импульсных параметров излучения при сокращении длительности импульсов, что обусловлено ростом скорости накачки, связанным с ростом оптимальных значений  $T_w$  и, соответственно, ростом давления паров  $p_{\text{Sr}}$  и пристеночной концентрации атомов стронция  $N_{\text{Sr}, w}$ . (рис. 2в). В свою очередь, рост концентрации атомов Sr, испытывающих, как следует из рис. 3а, практически полную двойную ионизацию, обуславливает рост концентрации ионов  $\text{Sr}^{++}$ , а также электронов, и, как следствие, рост скорости накачки. Этому росту также

способствует ускорение процесса остывания электронов, происходящее с ростом  $p_{\text{He}}$ , которое способствует поддержанию низкого уровня  $T_e$  в послесвечении. Заметим, что ускорением процесса остывания электронов обусловлено наблюдаемое с ростом  $p_{\text{He}}$  уменьшение временной задержки между импульсами тока и излучения, равной времени остывания электронов (рис. 2а).

Происходящий при повышении  $p_{\text{He}}$  рост оптимальной концентрации атомов Sr требует для их эффективной двойной ионизации увеличения импульсного энерговклада в АС и, соответственно, тока разряда (рис. 2а). При этом рост оптимальных значений  $p_{\text{Sr}}$  и  $N_{\text{Sr}, w}$  обеспечивается за счет относительного небольшого повышения значения  $T_w$  (рис. 2б) и, соответственно, вкладываемой в АЭ электрической мощности (пропорциональной частоте  $f$ ), что связано с резкой зависимостью давления насыщенных паров металла от температуры [9]. Поэтому оптимальные значения температуры саморазогревного АЭ реализуются при значениях  $f$ , снижающихся с ростом  $p_{\text{He}}$  (рис. 1-2б).

Средняя мощность излучения  $P_{\text{av}}$  определяется значениями энергии лазерных импульсов (растущими с ростом  $p_{\text{He}}$  (рис. 2а)) и частоты  $f$  (снижающимися с ростом  $p_{\text{He}}$  (рис. 2а)). Поэтому значения  $P_{\text{av}}$  испытывают менее заметные изменения в рабочем диапазоне давлений  $p_{\text{He}} \sim 0,5\text{--}1$  атм (рис. 1-2б) по сравнению с импульсными параметрами излучения (рис. 2а).

Как видно из рис. 1-2б, при высоких давлениях, близких к атмосферному, наблюдается небольшой спад величины  $P_{\text{av}}$  с ростом  $p_{\text{He}}$ . В этих условиях вследствие быстрого остывания электронов и, соответственно, быстрого включения процесса рекомбинации, лазерные импульсы следуют за импульсами тока практически без задержки (рис. 2а). При этом на стадии включения процесса рекомбинации электроны несколько подогреваются задним фронтом импульса тока, что замедляет включение накачки [5]. Это

приводит к некоторому снижению КПД АС, следствием чего является снижение средней мощности  $P_{av}$  в саморазогревном АЭ.

Дополнительным фактором наблюдаемого на рис. 1-2б спада величины  $P_{av}$  при высоких давлениях  $p_{He} \sim 1$  атм может являться некоторое снижение степени пространственной однородности активной среды при таких условиях.

На рис. 4-5 показаны результаты численного расчета эволюции основных параметров плазмы, как во времени, так и в пространстве, позволяющие судить о степени пространственной однородности АС в период осуществления лазерной генерации (временной ход этих параметров на оси АЭ соответствует представленным на рис. 3 зависимостям).

Из результатов моделирования следует, что радиальные распределения параметров АС эволюционируют во время всего периода между соседними импульсами возбуждения. При этом формируются распределения параметров плазмы, воспроизводящиеся от импульса к импульсу в установившемся импульсно-периодическом режиме.

В частности, за период установления этого режима вследствие конечной теплопроводности гелия происходит накопление тепла в осевой области АЭ, и формируется неоднородный радиальный профиль газовой температуры  $T_g$  с максимумом на оси АЭ. Следствием этого является формирование неоднородного предимпульсного профиля концентрации атомов стронция с провалом на оси АЭ (рис. 4а), обусловленное механизмом термодиффузии. Дополнительным механизмом формирования такого профиля является радиальный катафорез [5].

Глубина провала в предимпульсном профиле  $N_{Sr}$  имеет определяющую роль в формировании радиального распределения рекомбинирующих ионов  $Sr^{++}$ , определяющих скорость накачки в АС ИЛПС.

Из рис. 4 следует, что за время импульса тока атомы Sr большей частью ионизируются (рис. 4а) и преобразуются в ионы  $\text{Sr}^{++}$  (рис. 4б).

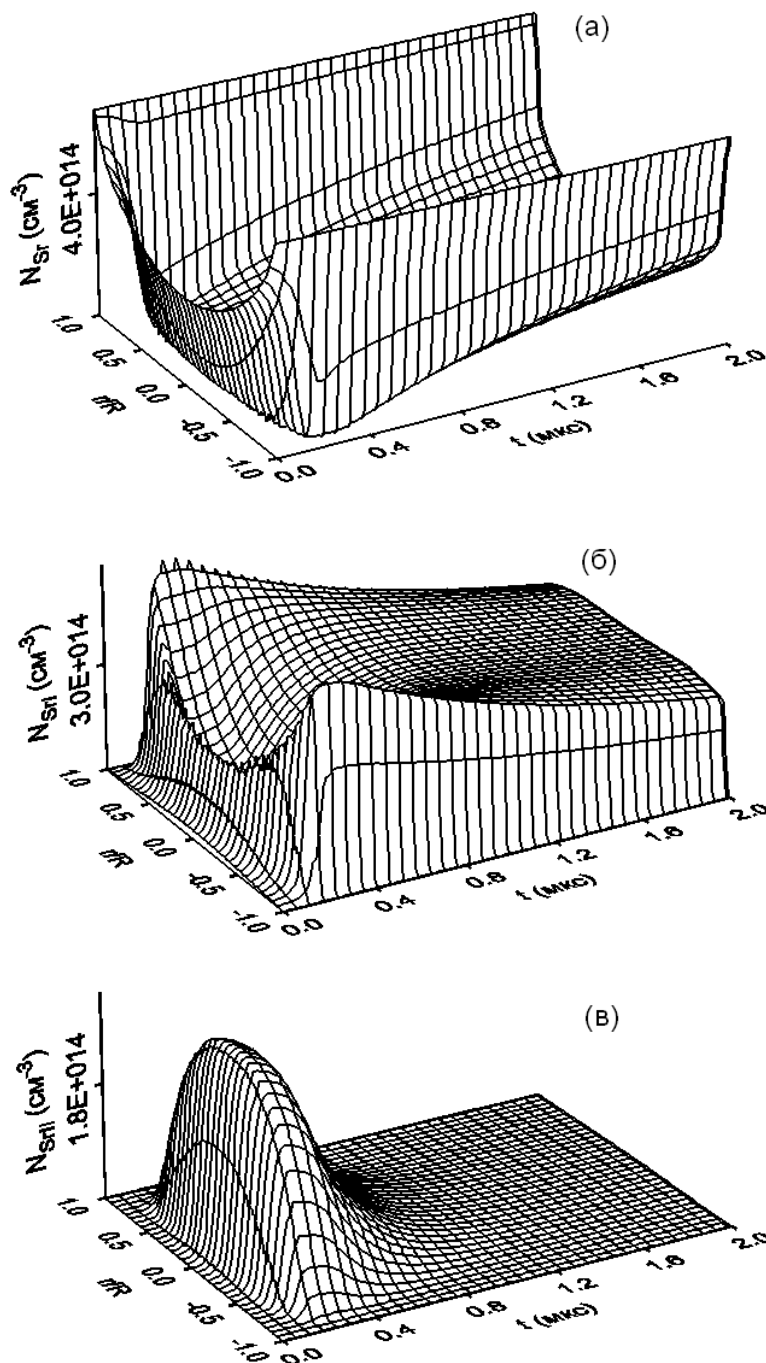


Рис. 4. – Полученная в численном эксперименте эволюция как во времени, так и в пространстве концентраций нейтральных  $N_{\text{Sr}}$  (а), однократно ионизованных  $N_{\text{Sr}+}$  (б) и двукратно ионизованных  $N_{\text{Sr}++}$  (в) атомов стронция при  $p_{\text{He}}=0,7$  атм

При этом однократные ионы  $\text{Sr}^+$  являются промежуточным звеном при ступенчатой ионизации атомов Sr, и их распределение также имеет провал в осевой области (рис. 4б). Как следует из рис. 4в, несмотря на значительные неоднородности профилей  $N_{\text{Sr}}$  и  $N_{\text{Sr}^+}$ , при оптимальных условиях накачки вследствие ионизации формируется радиальный профиль  $N_{\text{Sr}^{++}}$  с достаточно высокой степенью однородности (рис. 4в).

В результате рекомбинации ионов  $\text{Sr}^{++}$  в послесвечении происходит рост концентрации ионов  $\text{Sr}^+$  в осевой области при ее монотонном падении в пристеночной области, при этом профиль  $N_{\text{Sr}^+}$  становится более однородным с течением времени (рис. 4б). В свою очередь, происходящая рекомбинация ионов  $\text{Sr}^+$  (более медленная по причине зависимости коэффициента рекомбинации  $\alpha$  от кратности ионов  $Z$ ), приводит к медленному восстановлению концентрации атомов Sr по всему радиусу АЭ (рис. 4а). В итоге к концу межимпульсного периода  $T=1/f$  основная доля всех ионов в плазме рекомбинирует, и воспроизводится предымпульсное распределение атомов Sr.

Пространственное распределение скорости накачки в АС ИЛПС определяется соответствующими распределениями как концентрации ионов  $\text{Sr}^{++}$  (рис. 4в), рекомбинация которых обеспечивает накачку уровней SrII, так и распределениями электронной концентрации  $N_e$  (рис. 5а) и температуры  $T_e$  (рис. 5б) в раннем периоде послесвечения.

Из рис. 5а видно, что радиальное распределение  $N_e$  (которое определяется суммой профилей  $N_{\text{Sr}^+}$ ,  $N_{\text{Sr}^{++}}$  (рис. 4б-в), а также профиля  $N_{\text{He}^+}$ , имеющих различную степень однородности) является достаточно однородным в период рекомбинации ионов  $\text{Sr}^{++}$ . То же самое можно сказать и о профиле электронной температуры  $T_e$  (рис. 5б). Концентрация электронов может рассматриваться как параметр, профиль которого характеризует

степень пространственной однородности плазмы импульсно-периодического разряда [5].

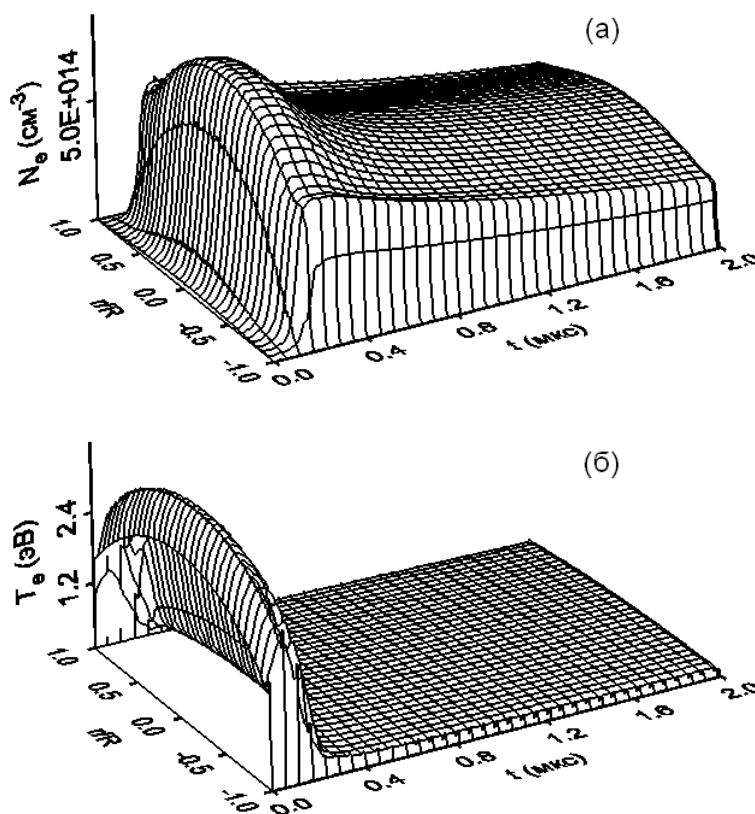


Рис. 5. – Полученная в численном эксперименте эволюция как во времени, так и в пространстве концентрации электронов  $N_e$  (а) и электронной температуры  $T_e$  (б) при  $p_{He}=0,7$  атм

Таким образом, пространственные распределения основных параметров плазмы, определяющих скорость накачки ( $N_{Sr++}$ ,  $N_e$ ,  $T_e$ ), имеют достаточно высокую однородность при оптимальных для накачки условиях. Тем самым обеспечивается пространственная однородность процесса накачки в АС и, соответственно, однородность пучка лазерного излучения.

Рис. 6 демонстрирует пространственно-временные характеристики интенсивности лазерного излучения на  $\lambda=430,5$  нм внутри оптического резонатора для различных значений  $p_{He}$ . Из рис. 6 следует, что достаточно

высокая однородность профиля интенсивности пучка излучения имеет место в широком диапазоне давлений.

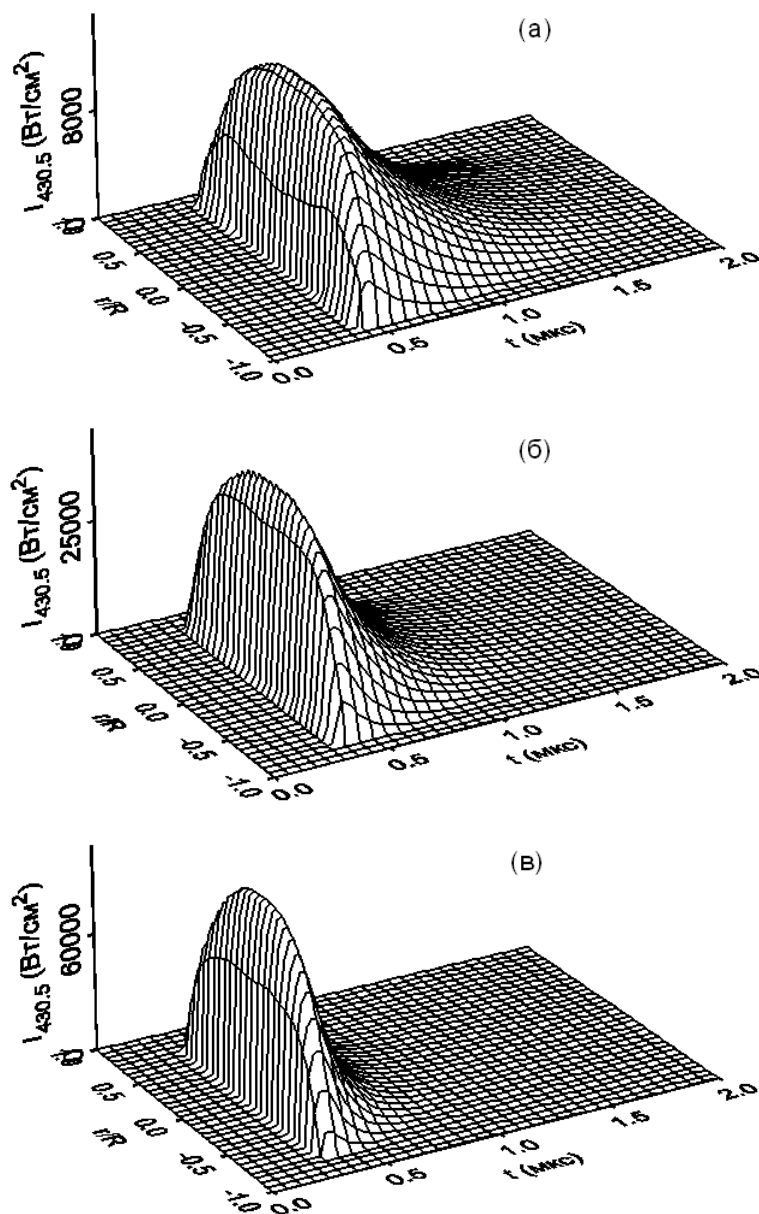


Рис. 6. – Полученная в численном эксперименте эволюция как во времени, так и в пространстве внутрирезонаторной интенсивности лазерного излучения  $I_{430.5}$  на  $\lambda=430,5$  нм при  $p_{\text{He}}=0,4$  атм (а);  $p_{\text{He}}=0,7$  атм (б);  $p_{\text{He}}=1$  атм (в)

При этом с ростом  $p_{\text{He}}$  интенсивность лазерных импульсов существенно возрастает, а их длительность сокращается, что соответствует поведению

лазерных импульсов, показанных на рис. 2а. Кроме того, с ростом  $p_{\text{He}}$  наблюдается небольшое сужение пучка излучения, что является одним из факторов снижения средней мощности  $P_{\text{av}}$  при  $p_{\text{He}} \sim 1$  атм (рис. 1-2а).

Таким образом, на основе проведенных исследований показано, что при условиях возбуждения импульсно-периодического разряда в АЭ ИЛПС, обеспечивающих максимальную скорость накачки уровней SrII за счет ударно-радиационной рекомбинации, реализуется достаточно высокая степень пространственной однородности плазмы в АС, необходимая для достижения высоких выходных параметров лазерного излучения на  $\lambda=430,5$  нм SrII. К таким условиям относятся: парциальные давления компонент рабочей смеси Sr-He; импульсный энерговклад в АС и, соответственно, амплитуда тока разряда; а также частота следования импульсов. При этом однородность плазмы сохраняется в широком диапазоне давлений смеси Sr-He (при обеспечении для каждого значения давления оптимальных для накачки значений соотношения компонент смеси, энерговклада и частоты). Результаты исследований могут служить ориентиром при оптимизации режимов работы рекомбинационных лазеров. Также изученные в работе закономерности формирования пространственно-временных распределений параметров активной среды могут представлять интерес для исследований лазеров на парах металлов с другими механизмами накачки (например, лазеров на самоограниченных переходах).

### Литература

1. Batenin V.M., Buchanov V.V., Boichenko A.M., Kazaryan M.A., Klimovskii I.I., Molodykh E.I. High-brightness Metal Vapour Lasers: Volume I: Physical Fundamentals and Mathematical Models. Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2016. 542 p.

2. Энциклопедия низкотемпературной плазмы / Под ред. В.Е. Фортова. Том XI-4. Газовые и плазменные лазеры. Москва: Физматлит, 2005. 822 с.
  3. Little C.E. Metal Vapour Lasers: Physics, Engineering and Applications. Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore: John Willey & Sons, 1999. 619 p.
  4. Иванов И.Г., Зинченко С.П. Генерация лазеров на парах металлов с разрядом поперечного типа при высокой частоте повторения импульсов накачки // Инженерный вестник Дона, 2016, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2016/3694](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2016/3694).
  5. Солдатов А.Н., Латуш Е.Л., Чеботарев Г.Д., Юдин Н.А., Васильева А.В., Полунин Ю.П., Пруцаков О.О. Импульсно-периодические лазеры на парах стронция и кальция. Томск: ТМЛ-Пресс, 2012. 526 с.
  6. Чеботарев Г.Д. Частотно-энергетические характеристики ионных He-Sr лазеров // Инженерный вестник Дона, 2017, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4285](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4285).
  7. Carman R.J. A self-consistent model for a longitudinal discharge excited He-Sr recombination laser // IEEE J. Quant. Electron. 1990. V. 26. N. 9. pp. 1588-1608.
  8. Carman R.J. A time-dependend two electron group model for a discharge excited He-Sr recombination laser. // J. Phys. D. 1991. V. 24. pp. 1803-1810.
  9. Чеботарев Г.Д., Латуш Е.Л., Пруцаков О.О., Фесенко А.А. Кинетика активной среды рекомбинационного He-Sr<sup>+</sup> лазера. I. Пространственно-временные характеристики // Квантовая электроника. 2008. Т. 38. №4. С. 299-308.
  10. Künne Meyer R., McLucas C.W., Brown D.J.W., McIntosh A.J. Time-resolved measurements of population density in a Sr<sup>+</sup> recombination laser. // IEEE J. Quant. Electron. 1987. V. 23. N. 11. pp. 2028-2033.
-

11. Loveland D.G., Webb C.E. Measurement of the electron density in a strontium vapour laser. // J. Phys. 1992. V. 25. pp. 597-604.

12. Little C.E., Piper J.A. Average-Power Scaling of Self-Heated  $\text{Sr}^+$  Afterglow Recombination Laser. // IEEE J. Quant. Electron. 1990. V.26. N.5. P.903-910.

### References

1. Batenin V.M., Buchanov V.V., Boichenko A.M., Kazaryan M.A., Klimovskii I.I., Molodykh E.I. High-brightness Metal Vapour Lasers: Volume I: Physical Fundamentals and Mathematical Models. Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2016. 542 p.

2. Entsiklopediya nizkoterperaturnoy plazmy [Encyclopedia of Low-Temperature Plasma]. Pod red. V.E. Fortova. Tom XI-4. Gazovye i plazmennye lazery [Gas and plasma lasers]. Moskva: Fizmatlit, 2005. 822 p.

3. Little C.E. Metal Vapour Lasers: Physics, Engineering and Applications. Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore: John Willey & Sons, 1999. 619 p.

4. Ivanov I.G., Zinchenko S.P. Inzhenernyj vestnik Dona, 2016, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2016/3694](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2016/3694).

5. Soldatov A.N., Latush E.L., Chebotarev G.D., Yudin N.A., Vasil'eva A.V., Polunin Yu.P., Prutsakov O.O. Impul'sno-periodicheskie lazery na parakh strontsiya i kal'tsiya [Repetitively pulsed strontium and calcium vapor laser]. Tomsk: TML-Press, 2012. 526 p.

6. Chebotarev G.D. Inzhenernyj vestnik Dona, 2017, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4285](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4285).

7. Carman R.J. IEEE J. Quant. Electron. 1990. V. 26. N. 9. pp. 1588-1608.

8. Carman R.J. J. Phys. D. 1991. V. 24. pp. 1803-1810.

9. Chebotarev G.D., Latush E.L., Pruczakov O.O., Fesenko A.A. Quantum Electronics. 2008. V. 38. N. 4. pp. 299-308.



10. Künнемeyer R., McLucas C.W., Brown D.J.W., McIntosh A.J. IEEE J. Quant. Electron. 1987. V. 23. N. 11. pp. 2028-2033.
11. Loveland D.G., Webb C.E. J. Phys. 1992. V. 25. pp. 597-604.
12. Little C.E., Piper J.A. IEEE J. Quant. Electron. 1990. V. 26. N. 5. pp. 903-910.

**Дата поступления: 12.07.2025**

**Дата публикации: 25.08.2025**