

Моделирование расчетных процессов статической и динамической неуравновешенности длинного межопорного ротора

И.Г. Куклина

Нижегородский архитектурно-строительный университет, Нижний Новгород

Аннотация: В современной технике широко применяются длинные межопорные роторы. Это шнеки с жесткой подвеской - движители роторно-винтовых машин. Винтовые шнеки - рабочие органы снегоочистительных машин. Статическая и моментная неуравновешенность межопорного ротора в данном случае приводит к серьезному дисбалансу в работе всех механизмов. Возникает необходимость вибро- и шумопогашения при работе машин, оснащенных длинными винтовыми роторами. Основное правило при проектировании и расчете длинных винтовых роторов - обеспечение их сбалансированной работы. Задачи представленных изысканий - вывод уравнений динамики длинных межопорных роторов с целью снижения вибронагрузок на их опоры.

Ключевые слова: динамика, длинный винтовой ротор, шнек, вибрация, балансировка, уравновешенность, уравнения динамики.

В исследованиях рассматривается динамика роторов [1-3], длины которых составляют порядка 3 – 10 диаметров тела ротора. Роторы при этом представляют собой: шнеко-роторы [4] и фрезо-роторы. Особый интерес к этим роторам обусловлен тем, что оснащенные ими дорожные машины подвержены дополнительным вибронагрузкам – колебаниям от неуравновешенности положения самого ротора, которые существенно возрастают при увеличении длины ротора.

Изготовители, ориентируясь на центральную ось симметрии ротора, устанавливают подшипниковые узлы - опоры и цапфы с угловой и радиальной погрешностями [5]. Абсолютно жесткие опоры приводят к вращению ротора уже относительно смещенной оси, не являющейся главной центральной осью инерции длинного винтового ротора; ситуация усугубляется спиральной навивкой на ротор и воздействием факторов внешнего воздействия. В зависимости от назначения машины с длинными винтовыми роторами и предъявляемых к ней требований могут быть сформулированы различные критерии качества. Чаще всего очень важно

минимизировать давления между ротором и опорами, что увеличивает ресурс и одновременно уменьшает вибрацию и шум [6].

Предложена структурированная диаграмма дорожных машин, оснащенных длинными винтовыми роторами (рис. 1). В данной работе большее внимание уделено строительным и дорожным машинам, так как роторы сельскохозяйственных машин не подвержены в полной мере нагрузкам со стороны рабочей поверхности [7].



Рис. 1. - Структурная схема классификации машин, оснащенных двухопорными винтовыми роторами, подверженными осевым нагрузкам.

Длинный винтовой ротор, не подверженный воздействию внешних нагрузок, совершает свободное вращение относительно главной оси инерции с постоянной угловой скоростью [8]. Таким образом, состояние винтового ротора можно описать уравнениями динамического равновесия, когда равны нулю суммы всех неуравновешенных сил и суммы моментов, образуемых этими силами. Справедливы равенства (1).

$$\begin{aligned} \sum \bar{F}_i &= \sum m_i \bar{r}_i \omega^2 = m_{\text{ром}} \bar{e}_{\text{см}} \omega^2 \\ \sum \bar{M}_i &= \sum [\bar{l}_i \bar{F}_i] = \sum [\bar{l}_i \bar{r}_i] \omega^2 \end{aligned} \quad (1)$$

где \bar{r}_i – эксцентриситет i -й массы;

m_i – i -ая масса;

ω – угловая скорость вращения ротора;

\bar{e}_{cm} – удельный дисбаланс ротора;

m_{pom} – масса ротора;

\bar{l}_i – расстояние центра i -ой массы от центра масс ротора.

Длинный винтовой ротор становится динамически неуравновешенным [9], когда происходит нарушение равенства (1). Ось симметрии винтового ротора может сместиться параллельно оси инерции (под действием у роторно-винтовых машин опорной поверхности, а у снегоуборочных машин – снега) [7], произойдет статическая неуравновешенность ротора (рис. 1), определяемая неравенством (2).

$$\sum \bar{F}_i = \sum m_i \bar{r}_i \omega^2 = m_{pom} \bar{e}_{cm} \omega^2 \neq 0 \quad (2)$$

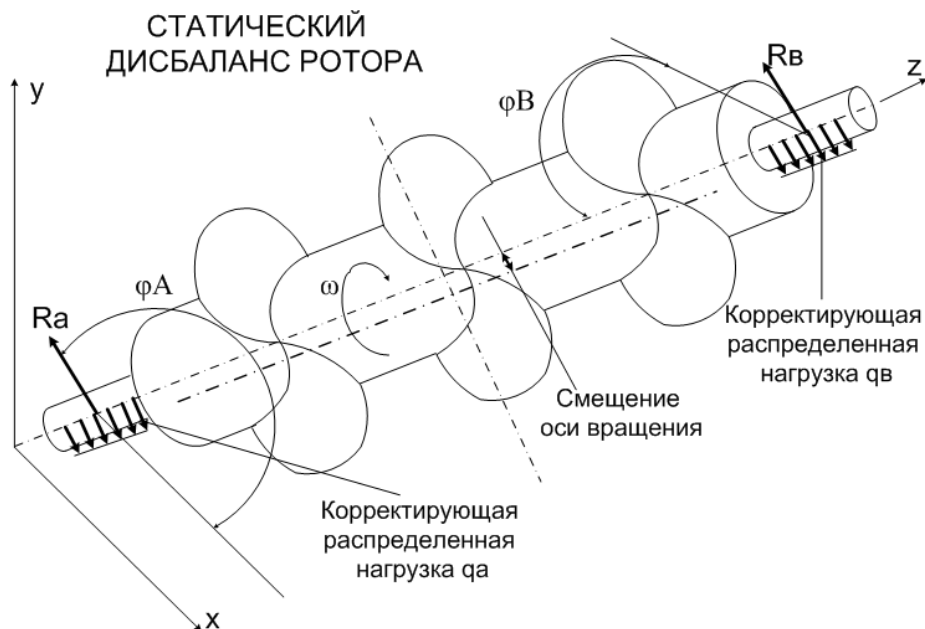


Рис. 2. - Статический дисбаланс межопорного ротора.

Если же происходит наклон угла между осью инерции и осью ротора возникает моментная неуравновешенность (рис. 2), которая характеризуется неравенством (3).

$$\sum \bar{M}_i = \sum [\bar{l}_i \bar{F}_i] = \sum [\bar{l}_i \bar{r}_i] \omega^2 \neq 0 \quad (3)$$

При возникновении обоих видов неуравновешенностей (моментной и статической), вращаясь с неизменной угловой скоростью длинный винтовой ротор создаст несбалансированные нагрузки на опоры [10]. Данные нагрузки, переменные по величине и направлению будут создавать изгибающие моменты, действующие на опоры ротора [4].

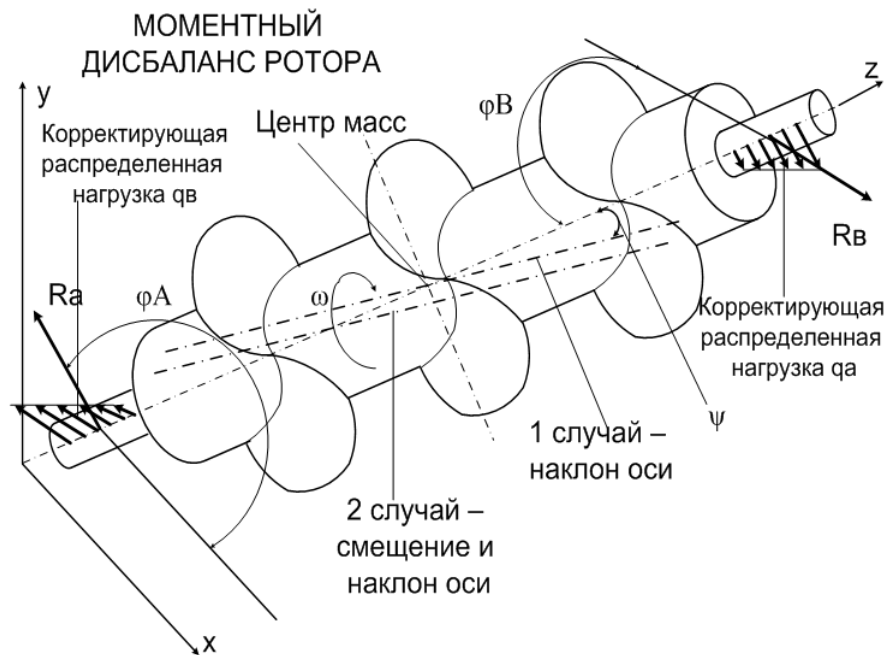


Рис. 3. - Моментный дисбаланс межопорного ротора.

После деления выражений (2) и (3) на ω^2 получается выражение (4):

$$\begin{aligned} \frac{\sum \bar{F}_i}{\omega^2} &= \sum \bar{D}_i = m_{\text{ром}} \bar{e}_{cm} = \bar{D}_{cm} \neq 0 \\ \frac{\sum \bar{M}_i}{\omega^2} &= \bar{M}_D = [\bar{L} \bar{D}_m] \neq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

где \bar{D}_{cm} – главный вектор дисбалансов ротора;

\bar{M}_D – главный момент дисбалансов ротора, создаваемый на плече L (расстояние между опорами).

Равенство или неравенство нулю данных уравнений определяет величину сбалансированного вращения ротора, которая необходима для сохранения опор и снижения вибро и шумо нагружения [11]. Необходимо

рассмотреть неуравновешенность длинных винтовых роторов, возникающую из-за появляющихся дисбалансов, и дать ее математическое описание.

Для получения уравнений динамической неуравновешенности изучаются перпендикулярные главной оси винтового ротора плоскости, которые проходят через опоры *A* и *B* межопорного ротора [2]. Главный вектор дисбалансов заменяется силами, определяющими его в плоскостях опор, данные силы представляют собой симметричные дисбалансы (5) и кососимметричные дисбалансы (6). В плоскостях опор действуют суммарные векторы дисбалансов (7).

$$\bar{D}_{cmA} = \bar{D}_{cm} \frac{L_B}{L}; \bar{D}_{cmB} = \bar{D}_{cm} \frac{L_A}{L} \quad (5)$$

$$\bar{D}_{MA} = -\bar{D}_{MB}; \text{ где } \bar{D}_m = \frac{M_D}{L} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}_A &= \bar{D}_{cmA} + \bar{D}_{MA} \\ \bar{D}_B &= \bar{D}_{cmB} + \bar{D}_{MB} \end{aligned} \quad (7)$$

Полученные векторы вместо векторов D_{cm} и M_D полностью характеризуют динамическую неуравновешенность ротора - рис. 4.

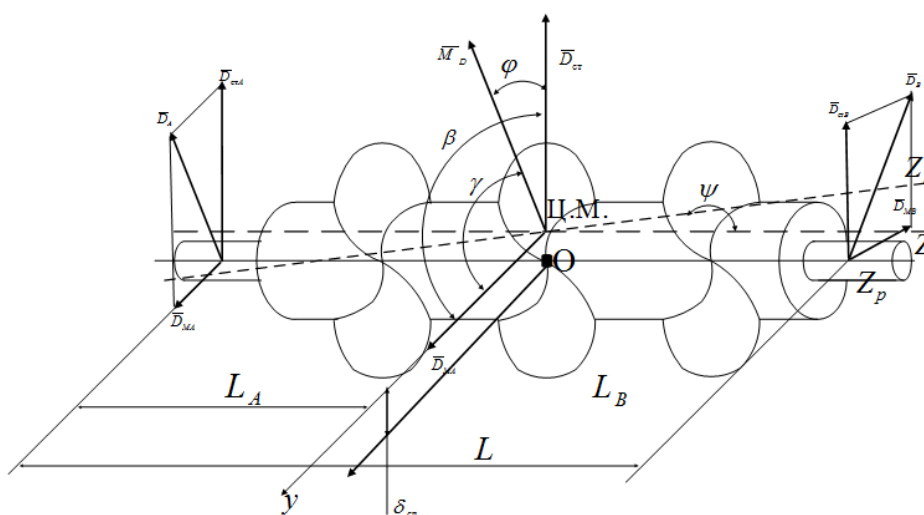


Рис. 4. - Схема расчетов сил и моментов при балансировке длинных роторов.

Составляющие главный вектор дисбаланса силы имеют противоположные значения, но параллельны между собой и находятся в

плоскости оси ротора Z_m и центра его масс [3]. Таким образом, векторы дисбалансов \bar{D}_{MBA} , которые определяют главный момент дисбалансов, антипараллельны, равны по величине, находятся в плоскости центральной оси инерции Z_0 ротора и его главной нейтральной оси инерции, причем ось Z является параллельной оси Z_{pom} (рис. 4). Первое векторное равенство (7) можно представить в координатной форме (8):

$$\begin{aligned} D_{AX} &= D_{cmx} \frac{L_B}{L} + D_{MAX} \\ D_{AY} &= D_{cmY} \frac{L_A}{L} + D_{MAY} \end{aligned} \quad (8)$$

Следовательно, получаются реакции опор (9). Учитывая уравнения (10) определяются усилия, воздействующие на опоры длинных (11)

$$D_A^2 = D_{cm}^2 \left(\frac{L_B}{L} \right)^2 + D_{MA}^2 + 2 \frac{L_B}{L} (D_{cmX} D_{MAX} + D_{cmY} D_{MAY}) \quad (9)$$

$$D_B^2 = D_{cm}^2 \left(\frac{L_A}{L} \right)^2 + D_{MB}^2 + 2 \frac{L_A}{L} (D_{cmX} D_{MBX} + D_{cmY} D_{MBY})$$

$$\bar{D}_{MB} = -\bar{D}_{MA}; \text{ где } D_{MA} = D_{MB} = D_M = \frac{M_0}{L}; \bar{D}_{MB} \perp \bar{M}_0 \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} D_A^2 &= \frac{1}{L^2} \left[D_{cm}^2 L_B^2 + M_D^2 + 2L_B (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) \right] \\ D_B^2 &= \frac{1}{L^2} \left[D_{cm}^2 L_A^2 + M_D^2 + 2L_A (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Рассматриваемый процесс уникален тем, что появляется воздействие продольной распределенной нагрузки. Расчеты винтовых шнеков получено множество, но все они разработаны для винтовых конвейеров, осуществляющих перемещение материала вдоль оси винтового ротора [2]. В исследуемом процессе действующая нагрузка от опорной поверхности и разрабатываемого оказывает влияние перпендикулярно центральной оси длинного винтового ротора. Расчетная схема динамики длинных роторов, с учетом действия внешней нагрузки принимает вид рис. 5.

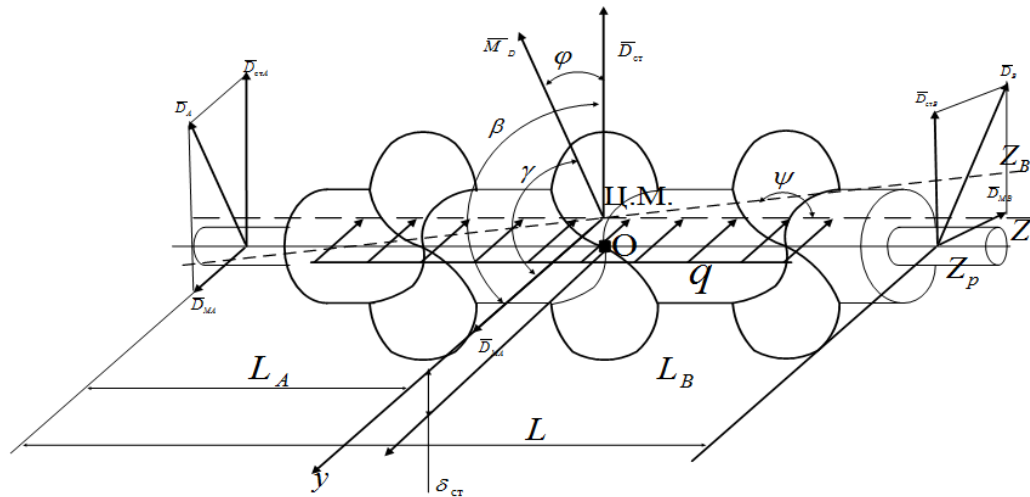


Рис. 5. - Расчетная схема динамических процессов в длинных роторах.

Уравнения (11) принимают вид системы уравнений (12).

$$\left. \begin{aligned} D_A^2 &= \frac{1}{L^2} \left[D_{cm}^2 L_B^2 + q \frac{2}{3} L_B \frac{1}{2} L_B + M_D^2 + 2L_B (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) \right] \\ D_B^2 &= \frac{1}{L^2} \left[D_{cm}^2 L_A^2 + q \frac{2}{3} L_A \frac{1}{2} L_A + M_D^2 + 2L_A (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

В предложенной исследовательской работе винтовая линия рассматривается как поверхность геликоида, заданная параметрическими уравнениями: $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi, z = b\varphi, 0 < r \leq a, 0 \leq \varphi < 2\pi$. Производная принятая от предложенных уравнений дает уравнения (13):

$$x'_r = \cos \varphi, x'_\varphi = -r \sin \varphi, y'_r = \sin \varphi, y'_\varphi = r \cos \varphi, z'_r = 0, z'_\varphi = b \quad (13)$$

Применяя Гауссовские коэффициенты поверхности Ω , можно получить уравнения, рассчитывающие площадь геликоида, образующего поверхность винтовой наливки (14).

$$\begin{aligned} E &= \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1 \\ G &= r^2 \sin^2 \varphi + r^2 \cos^2 \varphi + b^2 = r^2 + b^2 \\ F &= -r \cos \varphi \sin \varphi + r \sin \varphi \cos \varphi + 0 \cdot b = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

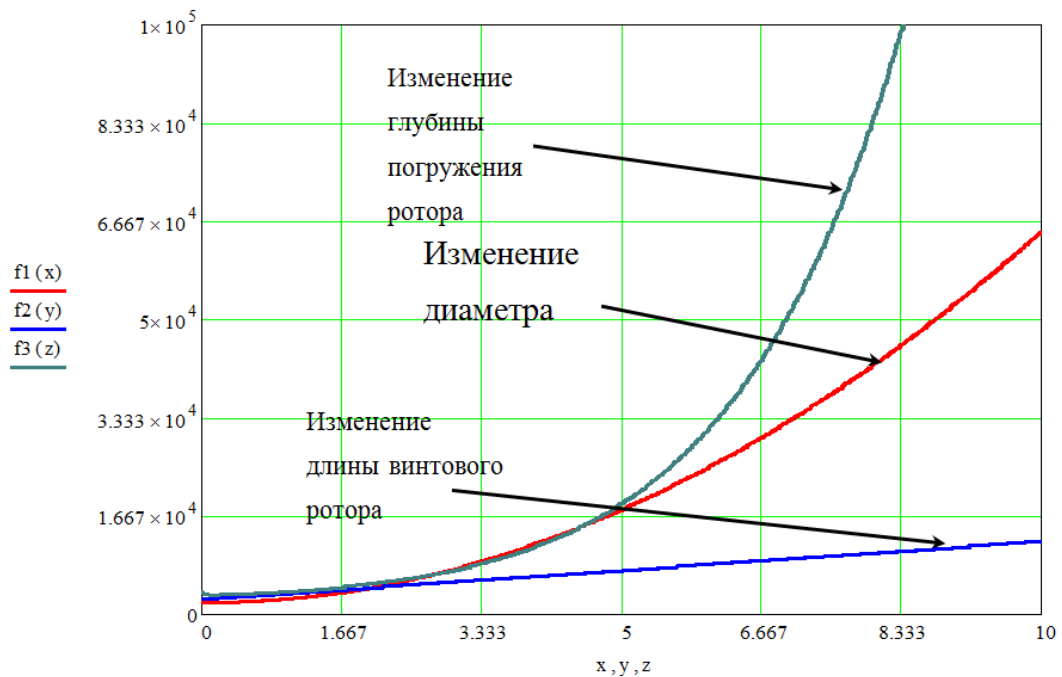
Соответственно, площадь поверхности винта ротора (15):

$$\begin{aligned}
 |\Omega| &= \iint_{\Delta} \sqrt{1 \cdot (r^2 + b^2) - 0} dr d\varphi = \\
 &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \sqrt{r^2 + b^2} dr = \pi \left(a\sqrt{a^2 + b^2} + b^2 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \right)
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Таким образом, при учете воздействия контакта навивки и опорной поверхности уравнения 12 принимают вид системы уравнений (16).

$$\begin{aligned}
 D_A^2 &= \frac{1}{L^2} \left[D_{cm}^2 L_B^2 + q \frac{2}{3} L_B \frac{1}{2} L_B + M_D^2 + \right. \\
 &\quad \left. + 2L_B (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \sqrt{r^2 + b^2} dr \cdot \frac{1}{3} \cdot G_{ep} \cdot \frac{3}{2} \cdot D_{un} \right] \\
 D_B^2 &= \frac{1}{L^2} \left[D_{cm}^2 L_A^2 + q \frac{2}{3} L_A \frac{1}{2} L_A + M_D^2 + \right. \\
 &\quad \left. + 2L_A (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \sqrt{r^2 + b^2} dr \cdot \frac{1}{3} \cdot G_{ep} \cdot \frac{3}{2} \cdot D_{un} \right]
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Уравнения 16 являются наиболее полным функциональным отображением воздействующих на длинный винтовой ротор внешних сил.



ис. 6 - Графики зависимостей реакций опор.

Таким образом, получены наиболее общие уравнения определения

нагружений на опоры, позволяющие определить наиболее оптимальные размеры винтовых роторов. Исследуя графики можно понять, что наилучшие размеры шнека находятся в пределах: длина ротора от 3 до 5 метров, а диаметр - от 1,6 до 2 метров [11].

Главный момент дисбалансов перпендикулярен плоскости, в которой расположены векторы $\bar{D}_{MA,B}$ и их модули (17)

$$D_{cm} = \sqrt{D_A^2 + D_B^2 + 2D_A D_B \cos \alpha} = D_A \sqrt{1 + x_2^2 + 2x_2 \cos \alpha}; \quad (17)$$

Для удобства решения принимаются сокращения:

$$x_1 = \left| \frac{L_A}{L_B} \right|; \quad x_2 = \left| \frac{D_B}{D_A} \right|; \quad (18)$$

Определяется главный момент (19):

$$\begin{aligned} D_M &= \sqrt{\left(D_A \cdot \frac{L_A}{L} \right)^2 + \left(D_B \cdot \frac{L_B}{L} \right)^2 - 2D_A D_B \cdot \frac{L_A \cdot L_B}{L^2} \cdot \cos \alpha} = \\ &= \frac{D_A}{1 + x_1} \sqrt{x_1^2 x_2^2 + 1 - 3x_1 x_2 \cos \alpha} \end{aligned} \quad (19)$$

Таким образом, отношения моментов будут выглядеть следующим образом (20):

$$\frac{D_{cm}}{D_M} = (1 + x_1) \sqrt{\frac{1 + x_2^2 + 2x_2 \cos \alpha}{1 + x_1^2 x_2^2 - 2x_1 x_2 \cos \alpha}}, \quad (20)$$

Причем: $\alpha = \alpha_B - \alpha_A$ - угол между дисбалансами \bar{D}_A и \bar{D}_B .

Указанные уравнения справедливы, если возникает квазистатическая неуравновешенность - когда ось ротора при вращении и изменении в опорах и центральная ось пересекаются не в центре.

Если при балансировке уменьшение главного вектора дисбалансов производится не по центру масс, а в другой точке S на оси Z_p , расстояния до которой от опор l_{AS} и l_{BS} , то значение D_M может быть сделано минимальным

при определенном $x_3 = \left| \frac{l_{BS}}{l_{AS}} \right|$. Это значение x_3 можно найти, приравняв нулю первую производную выражения (19) и получаются выражения (21) и (22).

$$\frac{dD_M}{dx_1} = \frac{D_A}{1+x_1} \cdot \frac{x_1 x_2^2 - x_2 \cos \alpha}{\sqrt{x_1^2 x_2^2 + 1 - 2x_1 x_2 \cos \alpha}} - \frac{D_A}{(1+x_1)^2} \sqrt{x_1^2 x_2^2 + 1 - 2x_1 x_2 \cos \alpha} = 0. \quad (21)$$

Принимается значение $x_3 = \frac{\frac{1}{x_2} + \cos \alpha}{x_2 + \cos \alpha}$ (22)

При коррекции дисбалансов в трех плоскостях (отдельно D_{cm} и D_M) при найденном x_3 (для D_{cm}) величины корректирующих масс будут минимальными, если принять: $D_A=0$, то $D_{cm}=D_B$, $D_M = \frac{D_B L_B}{L} = \frac{D_B x_1}{1+x_1}$ (23)

Таким образом определены главный вектор и главный момент дисбалансов длинных роторов. Если же встает необходимость определения дисбалансов в любых двух плоскостях, перпендикулярных оси ротора выводятся формулы, охватывающие все возможное разнообразие расположения двух плоскостей опор и двух плоскостей коррекции [1].

При переходе от рассмотрения от одной плоскости к другим дисбалансы меняются не только по значениям дисбалансов, но и по углам дисбалансов [11]. Таким образом, в исследовании получены зависимости, позволяющие осуществить расчеты возникающих усилий на опорах длинных винтовых роторов.

Литература

1. Александров А.М., Филиппов В.В. Динамика роторов. Москва: МЭИ, 1995. 132 с.
2. Диментберг Ф.М. Колебания и динамическая прочность элементов машин. Москва: Наука, 1976. 183 с.

3. Crooigmans M. Non-linear dynamics of flexible rotor system // Conf. Vibr. Ro-tat. Mach. Pap. Int. Vibration in rotating machinery, Hestington. 1987, p.7.

4. Куляшов А.П., Николаев А.Ф. Роторно-винтовые амфибии. Горький: Волго-вятское кн. Изд-во, 1973. 47 с.

5. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неавтономных систем. Москва: Наука, 1967. 520 с.

6. Steve J. Gan and Jeffry D. Cotton Experiment study and modeling of hydraulic mounts and engine system // Proceedings of sae noise and vibration conference. 1995. №951348.

7. Lipin A., Molev Y., Mokerov D., Strizhak A., Khudyakov V. Ways of decreasing noise impact on operator by changing rotary-screw propulsion units natural frequency of vibration / The 3-rd Science and Technology Seminar "Mobility of Transport and Technological Machines" 28 august 2018, Nizhny Novgorod, Russian Federation // Journal of Physics: Conference Series, Volume 1177 (2019) 012040 URL: iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1177/1/012040/pdf. DOI: [doi.org/ 10.1088/1742-6596/1177/1/012040](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1177/1/012040).

8. Mokerov D., Molev Y., Ivanov S., Saushkina M., Palutin Y. Sound power spectra modelling of the vehicle in motion equipped with rotary-screw propulsion unit / The 3-rd Science and Technology Seminar "Mobility of Transport and Technological Machines" 28 august 2018, Nizhny Novgorod, Russian Federation // Journal of Physics: Conference Series, Volume 1177 (2019) 012034 URL: iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1177/1/012034/pdf DOI: [doi.org/ 10.1088/1742-6596/1177/1/012034](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1177/1/012034)

9. Zhand W., Ling F.N. Dynamic Stability of the Rotating Shaft Made of Bolt-zmann Viscoelastic Solid.// Trans. ASME. J. Appl. Mech 1986- V.53.-P.7.

10. Flower Wallace C. Understanding hydraulic mounts for improved vehicle noise, vibration and ride qualities // Proceedings of SAE noise and vibration conference, 1985, № 850975.

11. Andre Gennenseaux. Research for new vibration isolation technique from hydro-mounts // Proceedings of SAE noise and vibration conference, 1993 №931324.

References

1. Aleksandrov A.M., Filippov V.V. Dinamika rotorov. [Rotor dynamics]. Moskva: MEI, 1995. 132 p.
2. Dimentberg F.M. Kolebaniya i dinamicheskaya prochnost' elementov mashin. [Oscillations and dynamic strength of machine elements] Moskva: Nauka, 1976. 183 p.
3. Crooigmans M. Conf. Vibr. Ro-tat. Mach. Pap. Int. Vibration in rotating machinery, Heslington. 1987, p.7.
4. Kulyashov A.P., Nikolaev A.F. Rotorno-vintovye amfibii. [Rotor-screw amphibians] Gor'kij: Volgo-vyatskoe kn. Izd-vo, 1973. 47 p.
5. Nejmark YU.I., Fufaev N.A. Dinamika negolonomnyh sistem. [Dynamics of nonholonomic systems] Moskva: Nauka, 1967. 520 p.
6. Steve J. Gan and Jeffry D. Cotton Experiment study and modeling of hydraulic mounts and engine system Proceedings of sae noise and vibration conference. 1995. №951348.
7. Lipin A., Molev Y., Mokerov D., Strizhak A., Khudyakov V. Journal of Physics: Conference Series, Volume 1177 (2019) 012040. URL: iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1177/1/012040/pdf. DOI: doi.org/10.1088/1742-6596/1177/1/012040.
8. Mokerov D., Molev Y., Ivanov S., Saushkina M., Palutin Y. Journal of Physics: Conference Series, Volume 1177 (2019) 012034. URL: iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1177/1/012034/pdf DOI: doi.org/10.1088/1742-6596/1177/1/012034



9. Zhand W., Ling F.N. Dynamic Stability of the Rotating Shaft Made of Boltzmann Viscoelastic Solid.// Trans. ASME. J. Appl. Mech 1986- V.53.-P.7.

10. Flower Wallace C. Proceedings of SAE noise and vibration conference, 1985, № 850975.

11. Andre Gennenseaux. Research for new vibration isolation technique from hydro-mounts // Proceedings of SAE noise and vibration conference, 1993 №931324.