

## Эмпирический анализ прогнозных свойств непрерывной формы метода максимальной согласованности

*С.И. Носков, Ю.А. Бычков*

*Иркутский государственный университет путей сообщения*

**Аннотация:** В статье проводится исследование возможности применения непрерывной формы метода максимальной согласованности при построении регрессионных моделей для расчета прогнозных значений показателя пассажирооборота воздушного транспорта Российской Федерации. Исследуемый метод сравнивается с классическими методами регрессионного анализа - наименьших квадратов и модулей. Для оценки прогностических свойств методов применяется средняя относительная ошибка прогноза и непрерывная форма критерия согласованности поведения между вычисленными и фактическими значениями зависимой переменной. В результате проведенного анализа сделан вывод о возможности применения исследуемого метода для решения прогнозных задач.

**Ключевые слова:** метод наименьших квадратов, непрерывная форма метода максимальной согласованности, моделирование, пассажирооборот, воздушный транспорт, критерии адекватности.

Математическое моделирование — один из наиболее широко используемых методов для выявления и анализа взаимосвязей между факторами в сложных системах. Исследователи активно применяют его, в том числе, и в авиационной отрасли. Так, в работе [1] производится моделирование и прогнозирование стоимости международных авиаперевозок в условиях пандемии. Для создания моделей используются рекуррентные нейронные сети. В статье [2] строится модель перспективного развития пассажирской маршрутной сети между регионами России и крупными города Центрально-Азиатского региона.

Интерес вызывает работа [3]. В ней выявлены, описаны и проанализированы факторы, влияющие на развитие рынка пассажирских перевозок Республики Татарстан. В соответствии с результатами анализа показана целесообразность дальнейшего развития аэродрома с центром в Казани. В работах [4, 5] аэропорт рассматривается, как сложная техническая система с множеством проблемных узлов (участков). В результате анализа таких узлов и применения агентного моделирования, реализованного на базе

---

среды «AnyLogic», строятся высокоточные модели работы пассажирских аэропортов.

В [6] решается задача оптимизации применения пассажирских воздушных судов местного назначения. Для качественного решения оптимизационной задачи проводится моделирование годовой подвижности населения несколькими способами. В результате исследования предложена математическая модель годовой авиационной подвижности населения в отдаленных, труднодоступных и малонаселенных регионах, позволяющая эффективно формировать требования к дальности и вместительности воздушных судов для местных линий.

С точки зрения применения регрессионного моделирования можно выделить работы [7, 8]. В статье [7] построено несколько многофакторных регрессионных моделей авиапассажиропотока по информации с 2008 по 2021 годы. В работе [8] исследуется проблема обеспечения аэропортов Крайнего Севера и арктической зоны Российской Федерации авиатопливом. Приведены и описаны логистические цепочки, а также выявлен ряд факторов, влияющих на стоимость авиатоплива в труднодоступных районах арктической зоны Крайнего Севера. Определены параметры регрессионной модели и построено трехфакторное линейное регрессионное уравнение.

В [9, 10] математическое моделирование применяется для анализа и оптимизации деятельности аэропортов. В [11] с помощью математического моделирования решается задача упругопластического деформирования объемного тела при его разрушении. В статье [12] строится имитационная математическая модель, позволяющая оценить текущее влияние различных факторов на транспортные потоки.

В настоящей работе в качестве объекта исследования прогностических возможностей непрерывной формы метода максимальной согласованности [13 - 15] при построении регрессионных моделей принят пассажирооборот

---

воздушного транспорта Российской Федерации. В качестве информационной базы использована статистика за 2002 - 2019 годы. В [16] определены факторы, влияющие на пассажирооборот и построены регрессионные модели несколькими методами: смешанного оценивания (МСО) и максимальной согласованности в непрерывной форме (НММС). Приведем полученные линейные регрессионные модели:

*МСО:*

$$y = -177,579 - 0,008x_1 + 0,007x_2 - 0,021x_3 + 2,669x_4, \quad (1)$$

$E = 3,81 \%$ ,

*НММС:*

$$y = -960,896 - 0,014x_1 + 0,007x_2 + 0,535x_3 + 11,23x_4, \quad (2)$$

$E = 5,08 \%$ .

Здесь:

$y$  – пассажирооборот воздушного транспорта, млрд пасс.-км.;

$x_1$  – средняя стоимость полета в салоне экономического класса самолета в расчете на 1000 км. пути, руб.;

$x_2$  – среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников по полному кругу организаций, руб.;

$x_3$  – средний тариф на проезд в плацкартном вагоне скорого нефирменного поезда дальнего следования в расчете на 100 км. пути, руб.;

$x_4$  – численность трудоспособного населения в России, млн. чел.;

$E$  – средняя относительная ошибка аппроксимации.

Модели (1) и (2) весьма адекватны исследуемому процессу, об этом свидетельствует низкие значения средней относительной ошибки аппроксимации. Следовательно, данные модели пригодны для проведения краткосрочных прогнозных расчетов. В рамках настоящей работы мы будем рассматриваться только модель (2).

---

Для оценки качества прогнозных расчетов воспользуемся средней относительной ошибкой прогноза  $\bar{\varepsilon}$  [17]. Она рассчитывается следующим образом. Вся выборка данных разбивается на две подвыборки:  $N_1$  - большая (обучающая) с номерами наблюдений 1, 2, ...,  $n - \tau$  и  $N_2$  - меньшая (экзаменующая) с номерами  $n - \tau + 1, n - \tau + 2, \dots, n$  ( $n$ - длина выборки, в нашем случае 18). По наблюдениям обучающей выборки определяются числовые значения вектора параметров  $\hat{\alpha}$ , после чего рассчитывается значение  $\bar{\varepsilon}$ :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\tau} \sum_{k=n-\tau+1}^n \frac{|y_k - \sum_{i=1}^m \hat{\alpha}_i x_{ki}|}{|y_k|},$$

(3)

где  $m$  – число параметров модели.

Исходные данные для моделирования и прогнозирования приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Исходные данные для оценки прогностических свойств НММС

Год	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	2	3	4	5	6
2002	64,70	2 244,16	4 360	38,43	88,94
2003	71,10	2 695,73	5 499	41,10	89,85
2004	83,00	2 922,86	6 740	43,93	90,10
2005	85,80	3 507,76	8 555	50,29	90,16
2006	93,90	3 998,90	10 634	56,07	90,06
2007	111,00	4 492,63	13 593	64,03	89,75
2008	122,60	5 890,42	17 290	76,57	89,34
2009	112,50	6 619,40	18 638	90,96	87,98
2010	147,10	6 651,53	20 952	101,13	87,85
2011	166,80	4 181,41	23 369	103,00	87,06
2012	195,80	4 681,25	26 629	110,99	86,14
2013	225,20	4 695,30	29 792	135,99	85,16
2014	241,40	4 774,78	32 495	154,99	85,42
2015	226,80	5 446,44	34 030	170,62	84,20
2016	215,60	5 384,34	36 709	161,77	83,22
2017	259,40	5 158,16	39 167	173,75	82,26
2018	286,90	5 150,01	43 724	169,11	81,36

2019	323,00	5 638,98	47 867	181,86	82,68
------	--------	----------	--------	--------	-------

Для качественной оценки прогностических возможностей НММС произведем его сравнение с классическими методами математического моделирования - наименьших квадратов (МНК) и наименьших модулей (МНМ). В целях получения корректных результатов проведем оценку для 5 различных значений  $\tau$ . Числовые результаты прогнозирования приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Результаты прогнозирования

	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\alpha}_4$	$\bar{\varepsilon}$
$\tau = 5$						
МНК	-287,28	-0,011	0,0058	0,48	3,75	0,077
МНМ	-214,06	-0,011	0,0067	0,21	2,98	0,086
НММС	-227,66	-0,011	0,0068	0,21	3,14	0,085
$\tau = 4$						
МНК	-276,24	-0,011	0,0075	0,01	3,73	0,072
МНМ	-247,31	-0,011	0,0069	0,20	3,37	0,088
НММС	-331,57	-0,013	0,0073	0,16	4,34	0,086
$\tau = 3$						
МНК	-913,84	-0,012	0,0067	0,47	10,72	0,043
МНМ	-278,12	-0,014	0,0087	-0,26	3,88	0,043
НММС	-1592,32	-0,013	0,0044	1,37	18,01	0,13
$\tau = 2$						
МНК	-794,25	-0,012	0,0068	0,41	9,41	0,034
МНМ	-478,88	-0,013	0,0079	0,0047	6,03	0,0074
НММС	-801,073	-0,014	0,0056	0,76	9,49	0,047
$\tau = 1$						
МНК	-691,82	-0,0122	0,0075	0,20	8,32	0,0067
МНМ	-566,35	-0,0133	0,0075	0,15	6,96	0,00077
НММС	-775,61	-0,0144	0,0057	0,73	9,21	0,036

Анализ таблицы 2 показывает, что НММС обладает прогностическими возможностями в целом на уровне классических методов, а на при  $\tau = 5$  и  $\tau = 4$  он лучше, чем МНМ. Вместе с тем, обращает на себя внимание тот факт, что уменьшение длины экзаменуемой выборки приводит к некоторому

ухудшению точности прогноза для НММС по сравнению с МНК и МНМ. Она, однако, не является критичной и вполне сопоставима с указанными методами.

Теперь для каждого  $\tau$  (кроме  $\tau = 1$ ) рассчитаем прогнозное значение критерия согласованности поведения в непрерывной форме  $\bar{L}$  по формуле (4) (по аналогии с [13]):

$$\bar{L} = \sum_{k=n-\tau+1}^{n-1} \sum_{s=k+1}^n l_{ks},$$

(4)

где

$$l_{ks} = \begin{cases} |\hat{y}_k - \hat{y}_s|, & (y_k - y_s)(\hat{y}_k - \hat{y}_s) < 0, \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

где  $\hat{y}_k$  - вычисленное по модели значение зависимой переменной.

В результате получим:

$$\tau = 5:$$

$$\bar{L}_{\text{МНК}} = 8,28035,$$

$$\bar{L}_{\text{МНМ}} = 13,86269,$$

$$\bar{L}_{\text{НММС}} = 8,222213,$$

$$\tau = 4:$$

$$\bar{L}_{\text{МНК}} = 0,$$

$$\bar{L}_{\text{МНМ}} = 0,$$

$$\bar{L}_{\text{НММС}} = 0,$$

$$\tau = 3:$$

$$\bar{L}_{\text{МНК}} = 0,$$

$$\bar{L}_{\text{МНМ}} = 0,$$

$$\bar{L}_{\text{НММС}} = 2,25214,$$

$$\tau = 2:$$

$$\bar{L}_{\text{МНК}} = 0,$$

$$\bar{L}_{\text{МНМ}} = 0,$$

$$\bar{L}_{\text{НММС}} = 0.$$

Отметим, что при  $\tau = 5$  НММС обеспечивает лучшую согласованность поведения расчетных прогнозных значений зависимой переменной с фактическими по отношению к МНК и МНМ.

В работе проведен эмпирический анализ возможности применения непрерывной формы метода максимальной согласованности при построении регрессионных моделей для решения прогнозных задач. Качество прогностических свойств НММС зависит от длины экзаменуемой выборки и

несколько снижается с ее уменьшением. Общий вывод – НММС вполне эффективен при использовании построенных с его помощью регрессионных моделей в режиме прогнозирования.

### Литература

1. Щетинин Е. Ю. Исследование влияния пандемии COVID-19 на международные авиаперевозки // Управление финансовыми рисками. 2021. № 1. С. 46-58.

2. Гордеев В. А., Маркин М. И., Угрюмова М. А. Россия - центральная Азия: интеграция рынка пассажирских авиаперевозок в условиях экономической войны и санкционного давления // Теоретическая экономика. 2023. № 3(99). С. 93-103.

3. Матюха С. В. Анализ рынка пассажирских авиаперевозок Республики Татарстан // Транспортное дело России. 2021. № 4. С. 3-6.

4. Майоров Н. Н., Фетисов В. А. Метод оценки пропускной способности аэровокзального комплекса с помощью имитационного моделирования // Информационно-управляющие системы. 2014. № 6(73). С. 82-86.

5. Агафонов А. П. Имитационное моделирование транспортных процессов в аэропорту // Системный анализ и логистика. 2019. № 2(20). С. 45-50.

6. Егошин С. Ф. Влияние особенностей моделирования пассажирских потоков на выбор оптимального воздушного судна местных воздушных линий // Научный вестник ГосНИИ ГА. 2021. № 35. С. 68-79.

7. Сушко О. П. Моделирование авиапассажирских перевозок России // Мир транспорта. 2022. Т. 20, № 6(103). С. 64-71.

8. Горбунов В. П., Самойленко В. М., Кузнецов С. В., Стручкова А. М. Анализ применимости корреляционно-регрессионных моделей для оценки факторов поставки авиатоплива в труднодоступные арктические районы

---

Крайнего Севера // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2022. Т. 25, № 6. С. 23-39.

9. Daniel Delahaye, Stéphane Puechmorel, Panagiotis Tsiotras, Eric Feron. Mathematical Models for Aircraft Trajectory Design: A Survey. EIWAC 2013, 3rd ENRI International Workshop on ATM/CNS, Feb 2013, Tokyo, Japan. pp 205-247.

10. Zanin M., Lillo F. Modelling the air transport with complex networks: A short review. The European Physical Journal Special Topics. 215, 5–21 (2013).

11. Овчинников М. А., Сокол В. А., Соловьева О. Ю., Тарасова Т. А., Грецова Н. В., Клячина Н. В., Лагунов Е. Н. Математическое моделирование изделий из композитных материалов с заданными свойствами // Инженерный вестник Дона. – 2023. – № 1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8131](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8131)

12. Щеглов В. И. Организация и распределение транспортных потоков на основе методов математического моделирования // Инженерный вестник Дона. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8565](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8565).

13. Носков С.И. Применение непрерывного критерия согласованности поведения при построении регрессионных моделей // Известия ТулГУ. Технические науки, 2021 № 6. с. 74-78.

14. Носков С. И., Бычков Ю. А. Вычислительные эксперименты с непрерывной формой метода максимальной согласованности в регрессионном анализе // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2022. Т. 18, № 2. С. 7-12.

15. Носков С. И., Бычков Ю. А. Применение непрерывной формы метода максимальной согласованности для построения регрессионной модели объема добычи газа // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2022. № 4(44). С. 94-103.

16. Носков С. И., Бычков Ю. А., Перфильева К. С. Разработка регрессионной модели пассажирооборота воздушного транспорта

---





Российской Федерации двумя альтернативными методами // Вестник кибернетики. 2023. Т. 22, № 1. С. 36-42.

17. Носков С. И. Технология моделирования объектов с нестабильным функционированием и неопределенностью в данных. Иркутск, 1996.- 320 с.

### References

1. Shhetinin E. Yu. Upravlenie finansovy`mi riskami. 2021. № 1. pp. 46-58.
2. Gordeev V. A., Markin M. I., Ugryumova M. A. Teoreticheskaya e`konomika. 2023. № 3(99). pp. 93-103.
3. Matyuxa S. V. Transportnoe delo Rossii. 2021. № 4. pp. 3-6.
4. Majorov N. N., Fetisov V. A. Informacionno-upravlyayushhie sistemy`. 2014. № 6(73). pp. 82-86.
5. Agafonov A. P. Sistemny`j analiz i logistika. 2019. № 2(20). pp. 45-50.
6. Egoshin S. F. Nauchny`j vestnik GosNII GA. 2021. № 35. pp. 68-79.
7. Sushko O. P. Mir transporta. 2022. Т. 20, № 6(103). pp. 64-71.
8. Gorbunov V. P., Samojlenko V. M., Kuzneczov S. V., Struchkova A. M. Nauchny`j vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo texnicheskogo universiteta grazhdanskoj aviacii. 2022. Т. 25, № 6. pp. 23-39.
9. Daniel Delahaye, Stéphane Puechmorel, Panagiotis Tsiotras, Eric Feron. Mathematical Models for Aircraft Trajectory Design: A Survey. EIWAC 2013, 3rd ENRI International Workshop on ATM/CNS, Feb 2013, Tokyo, Japan. pp 205-247
10. Zanin M., Lillo F. Modelling the air transport with complex networks: A short review. The European Physical Journal Special Topics. 215, pp.5–21 (2013).
11. Ovchinnikov M. A., Sokol V. A., Solov`eva O. Yu., Tarasova T. A., Greczova N. V., Klyachina N. V., Lagunov E. N. Inzhenernyj vestnik Dona. 2023. № 1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8131](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8131)
12. Shheglov V. I. Inzhenernyj vestnik Dona. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8565](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8565)



13. Noskov S. I. Izvestiya TulGU. Texnicheskie nauki, 2021 № 6. s. 74-78.
14. Noskov S. I., By`chkov Yu. A. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo texnicheskogo universiteta. 2022. T. 18, № 2. pp. 7-12.
15. Noskov S. I., By`chkov Yu. A. Modeli, sistemy`, seti v e`konomie, texnike, prirode i obshhestve. 2022. № 4(44). pp. 94-103.
16. Noskov S. I., By`chkov Yu. A., Perfil`eva K. S. Vestnik kibernetiki. 2023. T. 22, № 1. pp. 36-42.
17. Noskov S. I. Texnologiya modelirovaniya ob`ektov s nestabil`ny`m funkcionirovaniem i neopredelennost`yu v danny`x [Technology for modeling objects with unstable functioning and uncertainty in data]. Irkutsk, 1996. 320 p.

**Дата поступления: 9.01.2024**

**Дата публикации: 15.02.2024**