

Расчетная модель с учетом зависимости вязкости и проницаемости пористого слоя от давления трехслойной гидродинамической смазки радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами

М.А. Мукутадзе

Введение.

Анализ существующих работ [1 – 11], посвященных расчету подшипников скольжения, показывает, что приведенные в основном здесь расчетные модели не полностью учитывают ряд факторов, влияющих на функционирование трибосистемы. Это прежде всего учет зависимости вязкости и проницаемости пористого слоя от давления; образование промежуточных слоев смазки разной вязкости.

Ниже приведем расчетную модель с учетом зависимости вязкости и проницаемости пористого слоя от давления трехслойной смазки радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами.

Постановка задачи. Рассматривается установившееся стратифицированное течение трехслойной смазки в зазоре радиального подшипника с адаптированным профилем опорной поверхности при наличии пористого слоя на рабочей поверхности вала. Предполагается, что пространство между подшипником и валом полностью заполнено трехслойной вязкой несжимаемой жидкостью. Вал вращается с угловой скоростью Ω , а подшипник неподвижен. Также предполагается, что зависимость вязкости и коэффициента проницаемости пористого слоя от давления выражается формулами:

$$\mu_i = \mu_{oi} e^{\tilde{\alpha}^* p'}, \quad k' = k_o e^{\tilde{\alpha}^* p'}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Здесь $\tilde{\alpha}^*$ – экспериментальная постоянная; μ_{oi} – характерные значения динамического коэффициента смазочных слоев; k' – проницаемость пористого слоя; p' – гидродинамическое давление.

В полярной системе координат с полюсом в центре вала уравнение адаптированного контура опорной поверхности подшипника, границы раздела слоев и кругового шипа с пористым слоем на его рабочей поверхности можно записать в виде (рис. 1)

$$c_0 : r'_1 = r_0 + H, \quad \tilde{c}_0 : r' = r_0, \quad c_1 : r' = r_0 + \delta\alpha + \delta\alpha e \cos\theta - \alpha A \sin\omega\theta;$$

$$c_2 : r = r_0 + \beta\delta + \beta e \cos\theta - \beta A \sin\omega\theta; \quad c_3 : r' = r_3 + e \cos\theta - A \sin\omega\theta, \quad (2)$$

где $\alpha \in [0,1]$, $\alpha \leq \beta \leq 1$, H – толщина пористого слоя.

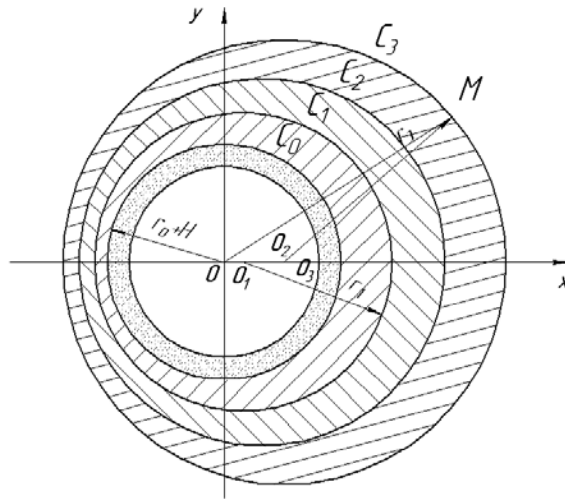


Рис. 1. Схематическое изображение шипа с пористым слоем на его рабочей поверхности в радиальном подшипнике, работающего на трехслойной смазочной композиции

Основные уравнения и граничные условия

В качестве исходных уравнений берутся безразмерная система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости с учетом вязкости от давления для случая «тонкого слоя», уравнение неразрывности, а также уравнение Дарси с учетом зависимости проницаемости от давления

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial r'^2} = \Lambda_i e^{-\tilde{\alpha} p} \frac{dp}{d\theta}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial r'} + \frac{\partial v_i}{\partial \theta} = 0, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r'^2} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial P}{\partial r^*} + \frac{1}{r'^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} = 0, \quad (3)$$

где размерные величины $r', u'_i, v'_i, p', \mu'_i$ в смазочном слое связаны с безразмерными соотношениями

$$r' = r_0 + \delta r, \quad v'_i = \Omega r_0 v_i, \quad u'_i = \Omega \delta u_i, \quad p' = p_g p,$$

$$\mu'_i = \mu_{0i}\mu_i, \quad \Lambda_i = \delta^2 p_g / \mu_{0i}\Omega(r_0 + H)^2, \quad \delta = r_2 - r_0 - H. \quad (4)$$

В пористом слое переход к безразмерным переменным осуществлен по формулам

$$r' = (r_0 + H)r^*, \quad p' = p_g P. \quad (5)$$

Здесь u'_i, v'_i – компоненты вектора скорости; p_g – характерное давление.

Система уравнений (3) решается при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} u_1|_{r=0} &= -N \frac{\partial P}{\partial r^*}|_{r^*=1}, \quad \frac{\partial P}{\partial r^*} = 0 \text{ при } r = \frac{r_0}{r_0 + H}, \quad v_1|_{r=0} = 1; \\ u_3 &= 0, \quad v_3 = 0, \quad w_3 = 0 \text{ при } r = h(\theta); \\ p &= P|_{r^*=1}, \quad p(0) = p(2\pi) = 1; \quad u_2 = u_3, \quad v_2 = v_3 \text{ при } r = \beta h; \\ u_1 &= u_2, \quad v_1 = v_2, \quad \frac{\partial v_1}{\partial r} = \frac{\mu_{02}}{\mu_{01}} \frac{\partial v_2}{\partial r}, \quad \frac{u_1}{v_1} = \alpha h'(\theta) \text{ при } r = \alpha h(\theta); \\ \frac{u_2}{v_2} &= \beta h'(\theta) \text{ при } r = \beta h; \quad \frac{\partial v_2}{\partial r} = \frac{\mu_{03}}{\mu_{02}} \frac{\partial v_3}{\partial r} \text{ при } r = \beta h; \\ h(\theta) &= 1 + \eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta, \quad \eta = \frac{e}{\delta}, \quad \eta_1 = \frac{A}{\delta}, \quad N = \frac{k_o p_g}{\mu_{0i} \Omega \delta (r_0 + H)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Точное автомодельное решение задачи

Уравнение Дарси осредним по толщине смазочного слоя

$$\int_{\gamma}^1 \left[\frac{\partial^2 p}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial P}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} \right] dr^* = 0 \quad (7)$$

и точное автомодельное решение системы уравнений (3), удовлетворяющее граничным условиям (6), будем искать в виде

$$\begin{aligned} u_i &= -\frac{\partial \Psi_i}{\partial \theta} + U_i(r, \theta), \quad v_i = \frac{\partial \Psi_i}{\partial r} + V_i(r, \theta), \quad \Psi_i = \widetilde{\Psi}_i(\xi), \\ U_i &= -\widetilde{u}_i(\xi) h'(\theta), \quad V_i(r, \theta) = \widetilde{v}_i(\xi), \quad \xi = \frac{r}{h(\theta)}, \quad i = 1, 2, 3, \\ \Lambda_1 e^{-\widetilde{\alpha} p} \frac{dp}{d\theta} &= \frac{\widetilde{c}_1}{h^2} + \frac{\widetilde{c}_2}{h^3}, \quad \Lambda_2 e^{-\widetilde{\alpha} p} \frac{dp}{d\theta} = \frac{\widetilde{c}_1}{h^2} + \frac{\widetilde{c}_2}{h^3}, \quad \Lambda_3 e^{-\widetilde{\alpha} p} \frac{dp}{d\theta} = \frac{\widetilde{c}_3}{h^2} + \frac{\widetilde{c}_4}{h^3}, \\ P &= A(\theta)(r^* - 1)(r^* - \gamma)^2 + c^*(r^* - \gamma)^2(r^* - 1)h'(\theta) + p, \quad \gamma = \frac{r_0}{r_0 + H}. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя (8) в (3) и (6), будем иметь

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}_1''' &= \tilde{c}_2, \quad \tilde{v}_1'' = \tilde{c}_1, \quad \tilde{u}_1' + \xi \tilde{v}_1' = 0, \quad \tilde{\Psi}_2''' = \tilde{c}_2, \quad \tilde{v}_2'' = \tilde{c}_1, \\ \tilde{u}_2' + \xi \tilde{v}_2' &= 0, \quad \tilde{\Psi}_3''' = \tilde{c}_4, \quad \tilde{v}_3'' = \tilde{c}_3, \quad \tilde{u}_3' + \xi \tilde{v}_3' = 0,\end{aligned}\quad (9)$$

$$\tilde{\Psi}_1'(0) = 0, \quad \tilde{u}_1(0) = -Nc^* \left(\frac{H}{r_0 + H} \right)^2 \beta^*, \quad v_1(0) = 1, \quad \tilde{\Psi}_3'(1) = 0, \quad \tilde{u}_3(1) = 0,$$

$$\tilde{v}_3(1) = 0, \quad \tilde{\Psi}_1'(\alpha) = \tilde{\Psi}_2'(\alpha), \quad \tilde{v}_1(\alpha) = \tilde{v}_2(\alpha), \quad \tilde{u}_1(\alpha) = \tilde{u}_2(\alpha), \quad \tilde{v}_1'(\alpha) = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{v}_2'(\alpha),$$

$$\tilde{\Psi}_1''(\alpha) = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{\Psi}_2''(\alpha), \quad \tilde{v}_2(\beta) = \tilde{v}_3(\beta), \quad \tilde{u}_2(\beta) = \tilde{u}_3(\beta), \quad \tilde{\Psi}_2'(\beta) = \tilde{\Psi}_3'(\beta),$$

$$\tilde{\Psi}_2''(\beta) = \frac{\mu_3}{\mu_2} \tilde{\Psi}_3''(\beta), \quad \tilde{v}_2''(\beta) = \frac{\mu_3}{\mu_2} \tilde{v}_3''(\beta),$$

$$\int_0^\alpha \tilde{v}_1 d\xi + \int_\alpha^\beta \tilde{v}_2(\xi) d\xi + \int_\beta^1 \tilde{v}_3(\xi) d\xi = \beta^*. \quad (10)$$

Решение задачи (9) – (10) находится непосредственным интегрированием. В результате будем иметь

$$\tilde{\Psi}_1'(\xi) = \tilde{c}_2 \frac{\xi^2}{2} + c_2 \xi + c_3, \quad \tilde{\Psi}_2' = \tilde{c}_2 \frac{\xi^2}{2} + c_4 \xi + c_5,$$

$$\tilde{v}_1 = \tilde{c}_1 \frac{\xi^2}{2} + c_6 \xi + c_7, \quad \tilde{v}_2 = \tilde{c}_1 \frac{\xi^2}{2} + c_8 \xi + c_9,$$

$$\tilde{u}_1 = -\tilde{c}_1 \frac{\xi^3}{3} - c_6 \frac{\xi^2}{2} + c_{10}, \quad \tilde{u}_2 = -\tilde{c}_1 \frac{\xi^3}{3} - c_8 \frac{\xi^2}{2} + c_{11},$$

$$\tilde{\Psi}_3' = \tilde{c}_4 \frac{\xi^2}{2} + c_{12} \xi + c_{13}, \quad \tilde{v}_3 = \tilde{c}_3 \frac{\xi^2}{2} + c_{14} \xi + c_{15}, \quad \tilde{u}_3 = -\tilde{c}_3 \frac{\xi^3}{3} - c_{14} \frac{\xi^2}{2} + c_{16},$$

$$\Lambda_1 e^{-\tilde{\alpha} p} = \Lambda_1 e^{-\tilde{\alpha}} - \tilde{\alpha} [J_2(\theta) \tilde{c}_1 + J_3(\theta) \tilde{c}_2], \quad \Lambda_2 e^{-\tilde{\alpha} p} = \Lambda_2 e^{-\tilde{\alpha}} - \tilde{\alpha} [J_2(\theta) \tilde{c}_1 + J_3(\theta) \tilde{c}_2],$$

$$\Lambda_3 e^{-\tilde{\alpha} p} = \Lambda_3 e^{-\tilde{\alpha}} - \tilde{\alpha} [J_2(\theta) \tilde{c}_3 + J_3(\theta) \tilde{c}_4], \quad J_k(\theta) = \int_0^\theta \frac{d\theta}{h^k(\theta)}. \quad (11)$$

Для определения постоянных $\tilde{c}_i (i = 2, 3, \dots, 16)$ $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{c}_3$ и \tilde{c}_4 придем к следующей алгебраической системе уравнений:

$$c_7 = 1, \quad c_{10} = 0, \quad c_3 = 0, \quad c_{13} = -\frac{\tilde{c}_4}{2} - c_{12}, \quad c_{15} = -\frac{\tilde{c}_3}{2} - c_{14}, \quad c_{16} = \frac{\tilde{c}_3}{3} + \frac{c_{14}}{2},$$

$$c_6 = k_1(\tilde{c}_1 \alpha + c_8) - \tilde{c}_1 \alpha, \quad c_4 = k_2(\tilde{c}_4 \beta + c_{12}) - \tilde{c}_2 \beta,$$

$$c_2 = k_1 c_4, \quad c_8 = k_2 c_{14}, \quad \tilde{c}_2 \frac{\alpha^2}{2} + c_2 \alpha + c_3 - \tilde{c}_2 \frac{\alpha^2}{2} - c_4 \alpha - c_5 = 0,$$

$$\begin{aligned}
& \tilde{c}_1 \frac{\alpha^2}{2} + c_6 \alpha + c_7 - \tilde{c}_1 \frac{\alpha^2}{2} - c_8 \alpha - c_9 = 0, \\
& -\tilde{c}_1 \frac{\beta^3}{3} - c_8 \frac{\beta^2}{2} + c_{11} + \tilde{c}_3 \frac{\beta^3}{3} + c_{14} \frac{\beta^2}{2} - c_{16} = 0, \\
& \tilde{c}_2 \frac{\beta^2}{2} + c_4 \beta + c_5 - \tilde{c}_4 \frac{\beta^2}{2} - c_{12} \beta - c_{13} = 0, \\
& \tilde{c}_1 \frac{\beta^2}{2} + c_8 \beta + c_9 - \tilde{c}_3 \frac{\beta^2}{2} - c_{14} \beta - c_{15} = 0, \\
& \tilde{c}_1 \frac{\alpha^3}{6} + c_6 \frac{\alpha^2}{2} + c_7 \alpha + \tilde{c}_1 \frac{\beta^3}{6} + c_8 \frac{\beta^2}{2} + c_9 \beta - \tilde{c}_1 \frac{\alpha^3}{6} - c_8 \frac{\alpha^2}{2} - c_9 \alpha + \\
& + \frac{\tilde{c}_3}{6} + \frac{c_{14}}{2} + c_{15} - \tilde{c}_3 \frac{\beta^3}{6} - c_{14} \frac{\beta^2}{2} - c_{15} \beta = \beta^*, \\
& \tilde{c}_1 = k_1 \tilde{c}_1, \quad \tilde{c}_2 = k_1 \tilde{c}_2, \quad \tilde{c}_3 = k_2 \tilde{c}_3, \quad \tilde{c}_4 = k_2 \tilde{c}_4, \quad \tilde{c}_4 = -\tilde{c}_3 \frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)}. \quad (12)
\end{aligned}$$

Здесь $k_1 = \mu_2 / \mu_1$, $k_2 = \mu_3 / \mu_2$.

Решение системы (12) сводится к решению следующего матричного уравнения:

$$M \cdot \vec{x} = \vec{b}, \quad (13)$$

где $\vec{x} = \{\tilde{c}_3; c_4; c_5; c_6; c_9; c_{11}; c_{12}; c_{14}\}$, $\vec{b} = \{0; 0; 0; -1; 0; 0; 0; -6\alpha - 6\beta^*\}$,

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -k_1 k_2 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_3 & 0 & 0 & \alpha & -1 & 0 & 0 & -k_2 \alpha \\ \alpha_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \alpha_5 \\ \alpha_6 & \beta & 1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_7 & 0 \\ \alpha_8 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \alpha_9 \\ \alpha_{10} & 0 & 0 & 3\alpha^2 & \alpha_{11} & 0 & 0 & \alpha_{12} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Здесь $\alpha_1 = k_2 \frac{\alpha_2 J_2(2\pi)}{2 J_3(2\pi)} (1 - k_1)$; $\alpha_2 = \alpha(k_1 - 1)$, $\alpha_3 = k_2 \frac{\alpha^2}{2} (k_1 - 1)$,

$$\alpha_4 = \frac{1}{3} (\beta^3 - k_2 \beta^3 - 1); \quad \alpha_5 = \frac{1}{2} (\beta^2 - \beta^2 k_2 - 1); \quad \alpha_6 = \frac{1}{2} \frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} (\beta^2 - k_2 \beta^2 - 1)$$

$$\alpha_7 = 1 - \beta; \quad \alpha_8 = \frac{1}{2} (1 - \beta^2 + k_2 \beta^2), \quad \alpha_9 = 1 + \beta k_2 - \beta,$$

$$\alpha_{10} = -2 - \beta^3 + 3\beta - k_2\alpha^3 + k_2\beta^3 + k_1k_2\alpha^3, \quad \alpha_{11} = 6(\beta - \alpha),$$

$$\alpha_{12} = 6\beta + 3(1 - \beta^2 - k_2\alpha^2 + k_2\beta^2). \quad (15)$$

Решая матричное уравнение (13), получим:

$$\tilde{c}_3 = \frac{3\alpha^2 k_1 k_2 - \alpha_{12} - 6\alpha^2 k_2 + 6\alpha k_1 k_2 \beta^* + \alpha_{11} \alpha_9 + 6\alpha_9 \alpha + 6\alpha_9 \alpha + 6\alpha_9 \beta^* - 6k_2 \alpha \beta^*}{\Delta},$$

$$\Delta = \alpha_{11} \alpha_8 \alpha k_1 k_2 - \alpha_{11} \alpha_8 k_2 \alpha - \alpha_{10} \alpha k_1 k_2 - \alpha_{10} \alpha_9 + \alpha_{10} k_2 \alpha + 3\alpha^2 k_1 k_2 \alpha_8 +$$

$$+ 3\alpha^2 k_1 k_2 \alpha_3 - \alpha_{11} \alpha_9 \alpha_3 + \alpha_{12} \alpha_8 + \alpha_{12} \alpha_3. \quad (16)$$

Значения других констант, входящих в систему (13), ввиду громоздкости их выражений здесь не приводятся. Перейдём к определению основных рабочих характеристик подшипника.

Определение гидродинамического давления и основных рабочих характеристик подшипника

В принятом нами приближении для гидродинамического давления получим выражения, аналогичные (10). Безразмерные расходы Q_1, Q_2 и Q_3 трехслойной смазочной жидкости определяются выражениями

$$Q_1 = \tilde{c}_2 \frac{\alpha^3}{6} + c_2 \frac{\alpha^2}{2} + c_3 \alpha, \quad Q_2 = \tilde{c}_2 \frac{\rho^3}{6} + c_4 \frac{\beta^2}{2} + c_5 \beta - \tilde{c}_2 \frac{\alpha^3}{6} c_4 \frac{\alpha^2}{2} - c_5 \alpha,$$

$$Q_3 = \tilde{c}_4 \frac{1}{6} + c_{12} \frac{1}{2} + c_{13} - \tilde{c}_4 \frac{\beta^3}{6} - c_{12} \frac{\beta^2}{2} - c_{13} \beta.$$

Для безразмерных компонент поддерживающей силы и безразмерного момента трения, получим выражения:

$$\tilde{R}_y = \frac{R_y}{p^* r_0} = \int_0^{2\pi} \frac{dp_1}{d\theta} \cos \theta d\theta = \tilde{c}_1 \left\{ \pi \eta_1 + \frac{\eta_1}{2} \left[\frac{\cos(\omega-1)2\pi-1}{\omega-1} + \frac{\cos(\omega+1)2\pi-1}{\omega+1} \right] \right\} \left(1 + \frac{\tilde{\alpha}}{2} \right),$$

$$\tilde{R}_x = -\frac{R_x}{p^* r_0} = -\int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\theta} \sin \theta d\theta = -\frac{\tilde{c}_1 \eta_1}{2} \left[\frac{\sin(\omega-1)2\pi}{\omega-1} - \frac{\sin(\omega+1)2\pi}{\omega+1} \right] \left(1 + \frac{\tilde{\alpha}}{2} \right),$$

$$\tilde{L}_{тр} = \frac{L_{тр} \delta}{\mu_1 \Omega r_0^3} = \int_0^{2\pi} \left(\frac{\tilde{\Psi}_1''}{h^2} + \frac{\tilde{v}'}{h} \right)_{\xi=0} e^{\tilde{\alpha} p} d\theta. \quad (17)$$

Основные выводы

Результаты численного анализа, приведенные на рис. 2–3, показывают:

1 Безразмерная \tilde{R}_y – составляющая вектора поддерживающей силы – существенно зависит от параметра $\tilde{\alpha}$, k_1 и k_2 .

2 При значениях β , близких к единице, с увеличением значения вязкостного отношения $k_2 = \mu_3 / \mu_2$ несущая способность возрастает. Наиболее резкое возрастание несущей способности достигается при $k_2 \geq 3$.

3 При $k_1 \approx 1,1$, $k_2 \geq 3$ наличие пористого слоя на рабочей поверхности вала способствует существенному снижению значения силы трения подшипника, при этом практически не влияет на его несущую способность, в этом случае подшипник обладает повышенной несущей способностью и минимальной силой трения.

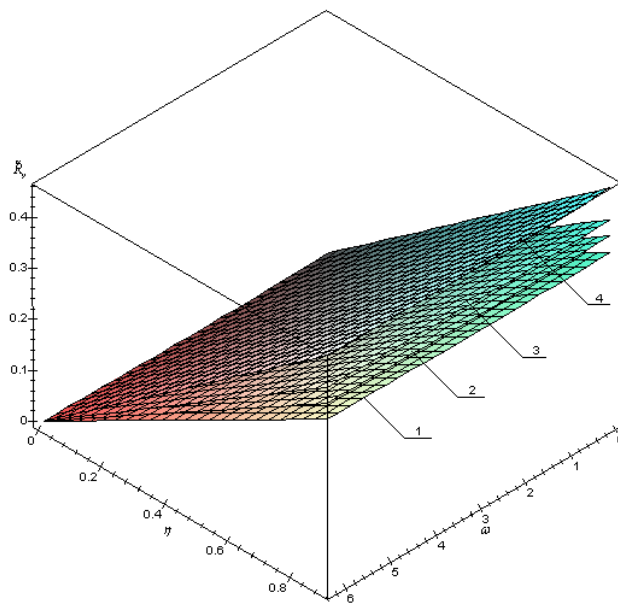


Рис. 2. Зависимость безразмерной несущей способности \tilde{R}_y от параметров η и ω , $k_1 = 1,1$:

$$1 - \alpha = 0,1; \quad k_2 = 1,2; \quad 2 - \alpha = 0,3; \quad k_2 = 1,3;$$

$$3 - \alpha = 0,5; \quad k_2 = 1,4; \quad 4 - \alpha = 0,9; \quad k_2 = 1,5$$

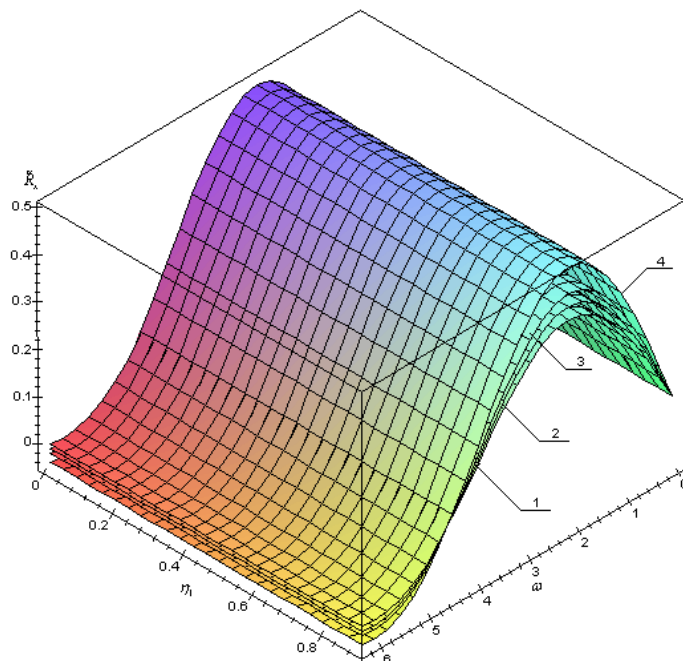


Рис. 3. Зависимость безразмерной несущей способности \tilde{R}_x от параметров η_1 и ω ,

$$k_1 = 1,1:$$

$$1 - \alpha = 0,1; \quad k_2 = 1,2; \quad 2 - \alpha = 0,3; \quad k_2 = 1,3;$$

$$3 - \alpha = 0,5; \quad k_2 = 1,4; \quad 4 - \alpha = 0,9; \quad k_2 = 1,5$$

Литература:

1. Коровчинский М.В. Теоретические основы работы подшипников скольжения. [Текст] М.: Машгиз, 1959, 404 с.

2. Ахвердиев К.С., Приходько В.М., Шевченко А.И., Казанчян О.Р. Математическая модель течения смазки в зазоре радиального подшипника конечной длины со слоистым пористым вкладышем переменной толщины [Текст] // Проблемы машиностроения. РАН М.: Наука - 2000 г. - № 6, - С. 85 – 91.

3. Ахвердиев К.С., Прянишникова Л.И., Пустовойт Ю.И. Гидродинамический расчет пористых подшипников с переменной проницаемостью вдоль оси с учетом нелинейных факторов. [Текст] // Трение и износ. – 1993 - Т. 14, № 5, - С. 813-821.

4. Савенкова С.С. Изучение несущей способности пористого подшипника – [Текст] // Изв. Сев.-Кавк. науч. Центра высш. школы. Сер. Техн. Науки - 1975 г. - № 3, - С. 56-57.

5. Дерлугян Ф.П., Щербаков И.Н. Обоснование процесса получения композиционных антифрикционных самосмазывающихся материалов с заданными техническими характеристиками методом химического наноконструирования. [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2010 г., №4 – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2010/287> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

6. Ахвердиев К.С., Прянишникова Л.И. Об одном точном решении задачи о радиальном пористом подшипнике конечной длины [Текст] // Трение и износ. - 1993. - Т. 12, № 1, – С. 24-32.

7. Конри К., Кузано К. Об устойчивости пористых радиальных подшипников [Текст] // Конструирование и технология машиностроения. - 1974. - № 2. – С. 206-216.

8. Ахвердиев К.С., Муленко О.В. Об устойчивости двухслойных пористых радиальных подшипников [Текст] // Вестник РГУПС. - 2002. - № 3.– С. 5-7.

9. Ахвердиев К.С. Мукутадзе М.А., Задорожная Н.С., Флек Б.М., Поляков Е.В., Расчетная модель гидродинамической смазки неоднородного пористого подшипника конечной длины, работающего в устойчивом нестационарном режиме трения при наличии принудительной подачи смазки [Электронный ресурс] // «Инженерный вестник Дона», 2013 г., № 3. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1765> (доступ свободный) - Загл. С экрана. – Яз. Рус.

10. Gear C.W., Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs. - N.J., 1972.

11. Reynolds, O. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Towers experiments / O. Reynolds. – Phil. Trans. Roy. Soc. - London, 1886, vol. 177, pt. 1.