Инженерный вестник Дона, №12 (2023)
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2023/8891

Использование парадокса Монти Холла в задачах управления проектами. Часть II. Применение в комбинации с моделями игр Блотто. Задача со случайной разведкой

С.В. Артыщенко, С.А. Баркалов, С.А. Баев, Е.А. Серебрякова, Д.В. Панфилов

Воронежский государственный технический университет

Аннотация: Исследована возможность применения в указанных задачах теории парадокса Монти Холла в комбинации с моделями игр Блотто. Использование «вероятностных парадоксов» в ряде задач открывает новые перспективы и зачастую приводит к неожиданным результатам. В работе исследуются и обосновываются границы применимости теории парадокса Монти Холла и связанных с ним соображений о выгодности смены первоначального выбора в вышеуказанных задачах. В частности определяется и обосновывается тот факт, что парадокс Монти Холла неприменим, вместе с соображениями о выгодности смены первоначального выбора, то есть, грубо говоря «перестает работать», в задачах «со случайной разведкой», то есть, в задачах, где возможно случайное вскрытие «выигрышного» и «невыигрышного» варианта на любой – предварительно выбранной или невыбранной «игроком» позиции.

Ключевые слова: системы поддержки принятия решений, математическое моделирование, экспертное оценивание, парадокс Монти Холла, управление проектами, коллективное оценивание, парадокс Кондорсе, управление предприятиями, оценка характеристик предприятия, инновационный потенциал предприятия.

Введение

Вероятностные и статистические методы и известны как мощный инструмент при исследовании самых различных процессов в широком круге областей, в частности в экономике и теории управления.

Методы теории вероятностей широко используются в теории принятия решений, в задачах управления проектами.

Несмотря на широкое применение в этой области современных методов и моделей, таких как например метод анализа иерархий [1], классические методы теории вероятностей не утрачивают своей актуальности в задачах управления проектами, так работе [2] представлена модель управления, основанная на марковских случайных процессах. Вероятностный подход к оценке различных моделей в настоящее время весьма и весьма востребован, см., например, работу [3].

Особый интерес представляет использование «вероятностных парадоксов». В настоящей работе исследуется возможность практического использования парадокса Монти Холла в задачах, связанных с поиском и выбором стратегии повышения инновационного потенциала предприятия.

Задачи исследования и моделирования инновационных процессов, исследования проблем осуществления инновационной деятельности весьма актуальны, в частности, в работе [4] исследовалась динамика развития инновационных процессов с помощью логистического уравнения Ферхюльста, а в работе [5] исследовались проблемы осуществления инновационной деятельности на предприятиях строительной сферы.

При реализации парадокса Монти Холла в его классической формулировке, делается выбор одного варианта из трех предложенных. Участнику эксперимента, в котором имеется один выигрышный вариант из трех возможных и два проигрышных варианта, выгоднее поменять первоначальное решение при поступлении (уже после сделанного им, но не реализованного предварительного выбора) дополнительной информации о местонахождении одного из двух проигрышных вариантов. При смене первоначального варианта, вероятность «выигрыша» составит 2/3, а при отказе от смены решения эта вероятность, останется равной 1/3.

Парадокс Монти Холла подробно описан в ряде работ. В работе [6] рассматривается случайное поведение участника как способ максимизации выигрыша. В работе [7] представлен систематический обзор литературы по теме. В работе [8] приведен обзор парадокса, связанных задач и варианты объяснения. В работе [9] предложен интуитивный подход к проблеме Монти Холла. В работе [10] анализируется принятие игроком «ошибочного» решения как проблема интерпретации процесса пересмотра вероятностей. В работе [11] для анализа парадокса используется байесовский подход. В работах [12,13] исследуется проблема Монти Холла в рамках теории игр.

1 Общие соображения, связанные с постановкой задачи, состоянием проблемы и имеющимися результатами

В первой части настоящей работы под названием «Использование парадокса Монти Холла в задачах управления проектами. Часть I. Оптимальный выбор стратегии повышения инновационного потенциала предприятия», публикуемой в виде отдельной статьи в данном издании было рассмотрено применение теории парадокса Монти Холла в задаче выбора удачного варианта стратегии повышения инновационного потенциала предприятия.

Речь шла о выборе одной из трех достаточно сложных, многокомпонентных, многоэтапных стратегий, среди которых присутствуют как удачные, так и неудачные

Был сделан вывод о том, что в подобных задачах, укладывающихся в схему парадокса Монти Холла, выгодно сменить первоначальный выбор, не только в случае реализации классической схемы парадокса Монти Холла, включающей 1 удачный вариант выбора из 3 возможных, но и в общем случае наличия 1 удачного варианта выбора из n возможных. Были приведены соответствующие формулы.

Было показано, что в общем случае наличия 1 выигрышного варианта из n возможных, можно говорить о повышении вероятности успеха $P(S)$ при смене выбора на величину 1/ (n*(n-2)).

Также в указанной работе были сделаны соответствующие выводы и замечания и для случая более 1 удачного варианта из n возможных.

В работе были приведены рекомендации по учету и конструктивному использованию эффектов, влияющих на привлекаемых экспертов, в частности принципа и парадокса Кондорсе.

Одним из важных результатов указанной работы явилось указание границ применимости теории парадокса Монти Холла.

Было определено, что его теория, вместе с соображениями о выгодности смены первоначального выбора неприменимы в задачах с так называемой «случайной разведкой».

Однако подробного рассмотрения «задачи со случайной разведкой» и приведения соответствующих формул, в упомянутой работе сделано не было.

В связи с этим, целесообразно подробно рассмотреть «задачу со случайной разведкой» и привести соответствующие формулы, наглядно иллюстрирующие тезис о неприменимости теории парадокса Монти Холла вместе с соображениями о выгодности смены первоначального выбора в таких задачах.

Это сделано в разделе 5 настоящей работы. Там же сделан вывод о безусловной выгодности смены первоначального выбора, связанной с вероятностным характером соответствия любой конкретной задачи выбора схеме парадокса Монти Холла.

Помимо этого, в упомянутую первую часть настоящей статьи не вошли еще несколько важных аспектов применения теории парадокса Монти Холла.

В связи с этим ниже, в разделе 2 исследована возможность применения теории парадокса Монти Холла в комбинации с моделями игр Блотто.

А в разделе 3 приведены рекомендации по конфиденциальности, защите прямой и косвенной информации, связанной с вариантами выбора в реальной экономической ситуации.

В разделе 4 настоящей работы приводятся дополнительные соображения о парадоксе Монти Холла, границах его применимости и возможных причинах ошибки игроков в классической схеме парадокса Монти Холла.

Указанные разделы существенно дополняют результаты первой части настоящей статьи и представляют самостоятельный интерес.

2. О возможности применения теории парадокса Монти Холла в комбинации с моделями игр Блотто

Рассмотрим также ситуацию, в которой возможность применения парадокса Монти Холла комбинируется с известными играми Блотто. Модели, связанные с играми Блотто успешно применяются в разных областях, например в военном деле, в экономике. То есть там, где речь идет о конфликте, конкурентной борьбе и так далее.

Кратко напомним о сути игры Блотто в ее классической постановке.

Игры Блотто (Игры Полковника Блотто) представляют собой класс игр двух лиц с нулевой суммой, в которой задача игроков состоит в распределении ограниченных ресурсов по нескольким объектам (полям битв).

В классической версии игры игрок, выставивший больше ресурсов на поле, выигрывает битву на этом поле, а суммарный выигрыш (цена игры) равен сумме выигранных битв.

Игра названа в честь мифического Полковника Блотто из работы Гросса и Вагнера (Gross and Wagner) 1950-го года [14]. Полковник был обязан найти оптимальное распределение своих солдат по N полям сражений, зная, что: на каждом поле сторона, выставившая больше солдат, выигрывает, но ни одна сторона не знает, какое число солдат выставит противоположная сторона на каждом поле, и обе стороны стремятся максимизировать число полей, на которых битва будет выиграна.

Игры Блотто имеют прикладное значение в экономике и многих других областях. Например, президентские выборы в США в 2000-м году, одни из самых близких по рейтингу претендентов, были смоделированы, как игра Блотто [15]. В работе утверждается, что Гор имел стратегию, которая привела бы его к выигрышу, но он её не нашёл.

Чтобы убедительней подчеркнуть преимущества развиваемых нами представлений, дадим сопернику определенную «фору» и будем считать, что ситуация игры Блотто реализуется при общем численном превосходстве "противника".

Далее, для определенности и наглядности будем рассматривать классическую постановку задачи в игре Блотто, в которой рассматриваются 3 "поля сражений", хотя развиваемые нами представления применимы и для большего их числа.

При этом мы несколько модифицируем игру. Условиями, отличающими рассматриваемую задачу от классической, является то, что «противник» располагает превосходящими силами, а именно - имеет 7 условных единиц против 5 единиц у нас, в то время, как в классической постановке общие силы сторон равны. Также, отличием от классической постановки (где важно максимизировать число побед) является то, что для нас принципиально важной задачей является победа хотя бы на одном из направлений.

Будем рассматривать указанную комбинированную задачу применительно к развиваемой в настоящей работе инновационной тематике.

Пусть есть три направления развития инновационной стратегии предприятия, связанные с тремя видами инноваций (инновационной продукции) и / или тремя рынками на которых возможна ее реализация, см. рисунок 1.

При этом предполагается наличие конкурента, действующего на тех же трех направлениях (рынках), и выводящего на эти три направления (рынка) подобный, конкурирующий с нашим инновационный продукт.

Для победы на определенном направлении (рынке) стороны должны сосредоточить на нем количество условных единиц, характеризующих инновационный продукт, превосходящее количество условных единиц, сосредоточенных на данном направлении (рынке) противником.

Условные единицы в более простом случае могут представлять количественные показатели инновационного продукта, например, количество, объем поставки и так далее, а также могут отражать качественные показатели, поддающиеся формализации и переводу в числовую форму.

В соответствии с классической постановкой задачи полностью оголять ни одно из направлений нельзя. В реальной ситуации это может соответствовать тому, что нельзя полностью уходить с определенного рынка, переставать развивать определенное направление.

Целью конкурента является недопущение ни одной нашей победы (превышения нашего количественного показателя над их показателем) ни на одном из направлений. Соответственно нашей целью является хотя бы одна победа, хотя бы на одном из направлений. При этом предполагается, что ничья, допустимая для конкурента и означающая недопущение нашего «прорыва» на определенном направлении, для нас невыгодна.

Как уже было сказано, общие силы сторон таковы: у нас 5 условных неделимых единиц, у противника 7. Нашей основной задачей является прорыв хотя бы на одном из направлений. Основной задачей противоборствующей стороны является недопущение нашей победы ни на одном из направлений. При этом, как уже было сказано, полностью оголять до нуля ни одно из полей, ни нам, ни противнику нельзя.

Действительно, в реальной экономической ситуации часто бывает нецелесообразно полностью оголять определенный рынок, полностью устраняться с него, так как потом невозможно или сложно зайти на этот рынок вновь. Также бывает нецелесообразным, полностью отказываться от одного из направлений, развиваемых предприятием, например из соображений сохранения рабочих мест и ценных сотрудников, задействованных на нем.

Также вполне вероятно, на основе опыта практической деятельности, что полное оголение одного из направлений с высокой долей достоверности станет известно противоборствующей стороне, что соответственно обеспечит ей неоправданно легкую победу.

В такой ситуации оптимальной стратегией для нас будет 311, а для противника 331. Ничья для нас тоже недопустима. Для нас единственной возможностью прорыва и сохранения сил и ресурсов, задействованных на приоритетном направлении, будет выход наших сил с потенциалом 3 на силы противника с потенциалом 1.

Рис. 1. – Схема игры Блотто между конкурирующими предприятиями

То, что мы вероятнее узнаем, где находится одна из троек противника, подтверждается тем, что концентрацию больших сил легче выявить, чем концентрацию малых по определенным и вполне очевидным признакам.

Также в случае привлечения экспертов, они с большей вероятностью смогут указать нам то важное для противника направление, которое он никогда не ослабит.

При этом мы жертвуем двумя своими «единицами», которые встретятся в этом случае с превосходящими силами противоборствующей стороны в виде «тройки».

Такое решение будет полностью оправданным и с точки зрения истории развития теории не только экономического, но и военного конфликта.

Так, еще в древнекитайском трактате "О 36 стратагемах", часто приписываемом Сунь Цзы и перекликающемся с его произведением "Искусство войны", в содержании 11-й стратагемы высказывается мысль о том, что, целесообразно, разделив свои силы направить их небольшую и слабую часть против сильной части сил противника, и, наоборот, выставить свои значительные силы против незначительной части сил противника.

Теперь рассмотрим преимущества применения теории парадокса Монти Холла в этой ситуации, при условии наличия у нас разведывательной инсайдерской информации о том, где у противника находится одна из «троек».

Итак, мы узнали, где находится одна из «троек» противника. Естественным и весьма полезным решением будет поставить против нее нашу «единицу». Однако это никак не решит нашу главную задачу - добиться того, чтобы наша «тройка» встретилась с их «единицей». Здесь и возникает вопрос: а не целесообразно ли поменять первоначальное решение.

Мы исходим из предположения, что мы достоверно не можем определить локацию, где у противника находится «единица», так как первоначально небольшие силы противника на определенном направлении могут быть увеличены.

В то же время мы не заинтересованы раскрывать направление, предварительно выбранное нами, поэтому активных разведывательных действий на этом направлении, мы не ведем. А ведем их на невыбранных направлениях, запутывая противника. Таким образом, мы вероятнее получим информацию именно о наличии «тройки», и именно на невыбранном направлении. Также проведение разведки именно на предварительно невыбранном направлении может быть обусловлено ограниченностью разведывательных возможностей.

В случае военных приложений или игры Блотто на определенном рынке, обоснованием ситуации, когда мы исследуем, стремимся получить информацию именно о предварительно невыбранном нами варианте, может служить как ограниченность наших возможностей и ресурсов по получению этой информации, так и нежелание афишировать, демаскировать себя на реально выбранном направлении, в то время как проявление подобной активности на невыбранных направлениях наоборот может служить хорошим маскирующим фактором, дезинформирующим противника.

Так, например, активность, проявленная нашим предприятием на одном из рынков, направлений по его исследованию, может привлечь внимание конкурента и дезинформировать его, в то время как предварительно выбран нами другой вариант.

Следует различать ситуации, когда дополнительная информация о расположении одной из сил противника с потенциалом 3, поступила до сделанного нами, но нереализованного выбора и когда она поступила уже после него.

В соответствии с теорией парадокса Монти Холла, если первоначальный выбор был сделан, но не реализован, то при последующем поступлении информации о местонахождении одного из непроходных вариантов целесообразно поменять первоначальное решение. Это обеспечит победу с вероятностью 2/3, в то время, как настаивание на первоначальном варианте обеспечит победу лишь в 1/3 случаев. Если же подобная разведывательная инсайдерская информация поступает до сделанного выбора, то выигрыш и в случае смены выбора, и в случае сохранения первоначального решения будут равновероятны с вероятностью 1/2.

Заметим, что при условии недопустимости полного оголения ни одного из полей и условии прорыва, победы, преимущества хотя бы на одном направлении для стороны, обладающей меньшими ресурсами и недопущению этого превосходящей стороной, обе стратегии и стратегия противника 331 и наша стратегия 311 будут оптимальными в смысле игр Блотто.

Поэтому важно отметить, что в рассмотренной выше задаче применение теории парадокса Монти Холла позволяет получить преимущество даже при оптимальности стратегии противника в смысле игр Блотто.

3 Рекомендации по конфиденциальности, защите прямой и косвенной информации, связанной с вариантами выбора

В соответствии с вышесказанным, легко просматривается следующее. Не следует допускать сообщения предприятию конкуренту никакой информации не только о своих удачных, но и о своих неудачных вариантах развития в задачах, подразумевающих выбор. То есть, подразумевающих возможность решения аналогичных задач предприятием конкурентом, чтобы оно не поменяло свой выбор и не повысило вероятность успеха, например в задачах, укладывающихся в схему парадокса Монти Холла.

Наблюдая за деятельностью предприятия конкурента в задачах, подразумевающих выбор и укладывающихся в схему Монти Холла, где удачен только один из вариантов. При осуществлении им выбора и начале его реализации и при поступлении дополнительной информации о неудачности одного из невыбранных вариантов целесообразно сосредоточить усилия по недопущению смены первоначального выбора конкурентом при наличии инструментов для этого.

Это могут быть: закрытие определенного рынка, инсайд, дезинформация и др. Здесь есть принципиальная разница с примитивной дезинформацией, речь идет не о тривиальном обмане, например, чтобы предоставить конкуренту с помощью дезинформации заведомо неудачный вариант, ставший нам известным, а о математически обоснованном недопущении повышения вероятности успеха противника.

Это, кстати, является математической основой того, чтобы соблюдать максимальную конфиденциальность даже по косвенной информации.

Во-первых, чтобы не допустить не примитивного, а математического аспекта использования своего опыта конкурентом.

Во-вторых, чтобы конкурент не знал о сделанном или планируемом выборе.

Даже при отсутствии возможности прямо вредить на начальном этапе, такая информация может быть использована им в дальнейшем, для недопущения уже теперь нами смены выбора в соответствии с теорией парадокса Монти Холла.

Этот пример также служит наглядной иллюстрацией того, что в условиях конкуренции следует держать в тайне информацию не только о своих успехах, но и о своих неудачах, так как, такая, казалось бы, косвенная информация как показывает предыдущий пример, может повысить шансы противника, делающего аналогичный выбор.

4. Некоторые дополнительные соображения о парадоксе Монти Холла, границах его применимости и возможных причинах ошибки игроков в классической схеме парадокса Монти Холла

Если при наличии 1 удачного варианта и 2 неудачных, поступившая после сделанного предварительного выбора в отдельном единичном случае дополнительная информация о неудачности одного из невыбранных вариантов (что вроде бы соответствует схеме парадокса Монти Холла) носит абсолютно случайный характер, являясь, таким образом, одной из реализаций случайного процесса, в рамках которого возможно поступление информации об удачности/неудачности как предварительно выбранного, так и предварительно невыбранного варианта, то смена первоначального выбора не приводит к повышению вероятности успеха с 1/3 до 2/3. Это связано с тем, что подобная ситуация не соответствует полностью схеме Монти Холла, где определяющим фактором является то, что поступление дополнительной информации о неудачности одного из невыбранных вариантов не является полностью случайным.

При реализации указанного случайного процесса, при поступлении дополнительной информации о неудачности одного из невыбранных вариантов, как при смене, так при отказе от смены предварительного выбора, вероятность успеха не изменится, оставаясь в каждом случае равной 1/2, что по вероятности как бы соответствует ситуации, когда информация в схеме Монти Холла пришла не после, а до предварительного выбора.

То есть и при смене первоначального варианта выбора, и при отказе от его смены, – будет одно и то же – вероятность успеха не изменится и останется равной 1/2.

Вероятно, здесь и заложено одно из объяснений стандартной ошибки некоторых игроков в шоу Монти Холла, которые считают, что как смена выбора, так и отказ от нее приводят к успеху равновероятно, с вероятностью 1/2.

По-видимому, их ошибочное мнение может быть не просто результатом некомпетентности в вопросах определения вероятности, а может быть связано с предшествующим жизненным опытом наблюдения подобных реальных ситуаций, в которых поступление дополнительной информации преимущественно носит во всех смыслах случайный характер, и в которых соответственно как при смене выбора, так и без нее, действительно вероятность успеха не меняется и равна 1/2, в то время, как в классической схеме парадокса Монти Холла характер поступления дополнительной информации неслучаен.

Однако, как уже говорилось, существует масса задач, связанных с принятием оптимального решения, которые без всякой натяжки укладываются в классическую схему парадокса Монти Холла, так как поступление дополнительной информации в них носит неслучайный характер.

Так, эксперты делают вывод о неудачности определенной стратегии развития неслучайным образом. Кроме того, они в большинстве случаев скорее готовы утверждать не об удачности сложной многокомпонентной стратегии, а о ее неудачности, так как скорее выявят отдельный негативный компонент.

Поступление открытой или инсайдерской информации о провале на определенном этапе, выбранной другим предприятием, но невыбранной нами сложной многоэтапной, многокомпонентной стратегии также не является случайным, и описанные случаи укладываются в классическую схему парадокса Монти Холла.

Здесь, при поступлении дополнительной информации о неудачности предварительно невыбранного варианта нам выгодно сменить первоначальный выбор, повысив, таким образом, вероятность успеха с 1/3 до 2/3

Кроме того, есть соображения, которые будут развиты ниже, связанные с тем, что вообще любая реальная задача выбора, сходная с рассматриваемыми в настоящей работе, может с определенной вероятностью укладываться в схему парадокса Монти Холла.

И, говоря простым языком, если существует ненулевая вероятность, что она соответствует схеме Монти Холла, то смена предварительного выбора очевидно выгодна. А если задача не соответствует указанной схеме, то смена предварительного выбора просто ничего не меняет, – и не вредит и не помогает.

Отсюда очевиден вывод о том, что *действовать в соответствии с теорией парадокса Монти Холла, делать и менять предварительный выбор в любой произвольной ситуации, по крайней мере, не вредно*.

А в случае, когда остается ненулевая вероятность того, что ситуация соответствует схеме Монти Холла, выбор всегда выгодно менять при поступлении соответствующей дополнительной информации.

5 Задача со случайной разведкой и соображения о безусловной выгодности смены первоначального выбора, связанные с вероятностным характером соответствия любой конкретной задачи выбора схеме парадокса Монти Холла

Распишем подробно задачу со случайной разведкой и приведём вычисление соответствующих вероятностей выбора одного удачного варианта из трёх возможных. Мы будем рассматривать ситуацию, когда есть три возможных варианта выбора и при этом удачен только один из них, а два других неудачны.

При этом предполагается, что тем или иным путём может быть получена дополнительная информация об удачности или неудачности любого из трёх вариантов. Это задача, так или иначе, перекликается со схемой парадокса Монти Холла и также способствует её наилучшему пониманию, как, впрочем, и наоборот.

В связи с этим, при рассмотрении задачи со случайной разведкой рассмотрим и сравним также случай, когда дополнительная информация поступает до основного выбора, и когда она поступает уже после предварительно сделанного, но не реализованного основного выбора.

При этом, можно рассмотреть четыре различных модифицированных варианта, один из которых наиболее близок к схеме парадокса Монти Холла.

Общим, и сходным со схемой парадокса Монти Холла моментом, для рассматриваемых ниже четырех вариантов, является то, что мы рассматриваем задачу выбора одного варианта из трех, среди которых есть только один удачный и два неудачных.

I. Случай когда в самом начале поступает случайным образом дополнительная информация об удачности или неудачности варианта на любой из трёх имеющихся позиций, а затем, с учётом этой информации делается основной выбор. Вероятность успеха (при имеющемся по условию только одном удачном варианте из трёх возможных), рассчитываемая по формуле полной вероятности в этом случае равна:

$$P(S) = 1/3*1 + 2/3*1/2 = 1/3 + 1/3 = 2/3.$$

II. Случай, когда предварительный выбор делается случайно, до поступления дополнительной информации, которая также поступает случайно, а затем с её учётом, предварительный выбор может быть изменён.

При этом позиция предварительного выбора и позиция, по которой поступает дополнительная информация, могут и совпадать, и не совпадать. В смысле совпадения или не совпадения позиции предварительного выбора и разведанной позиции, возможны девять вариантов, которые могут быть наглядно представлены с помощью квадратной матрицы $A=\left(a_i^j\right)$, где нижний первый индекс *i (номер строки)* означает номер позиции, выбранной предварительно, а верхний второй индекс j *(номер столбца),* означает номер позиции, вскрытой с помощью разведки.

$$A=\left(a_i^j\right)=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 & \dots & a_1^n \\ a_2^1 & a_2^2 & \dots & a_2^n \\ . & . & . & . \\ a_n^1 & a_n^2 & \dots & a_n^n \end{pmatrix}, \quad \text{и при } n=3\text{: } A=\left(a_i^j\right)=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \\ a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 \end{pmatrix}$$

Как видно из вышесказанного, совпадение предварительно выбранной и разведанной позиции имеет место в трёх случаях из девяти, а несовпадение в шести случаях из девяти. Таким образом, вероятность того, что позиции совпадут, равна 1/3, а вероятность того, что не совпадут, равна 2/3. При этом разведка может вскрыть как удачность варианта на определённой позиции с вероятностью 1/3, так и его неудачность с вероятностью 2/3. Тогда, в рамках рассматриваемого сейчас случая **II**, возможны следующие четыре события:

1. Событие A_1. Позиция, предварительно выбранная, и вскрытая разведкой совпали, и разведка вскрыла успешность позиции. Вероятность этого события $P(A_1)$ = 1/3*1/3 = 1/9.

Условная вероятность общего успеха при этом событии равна $P_{A1}(S)$=1.

2. Событие A_2. Предварительно выбранная и вскрытая разведкой позиции совпали, и разведка вскрыла неуспешность позиции. Вероятность этого события $P(A_2)$ = 1/3*2/3 = 2/9.

Условная вероятность общего успеха при этом событии $P_{A2}(S)$=1/2. Таким образом, в формулу полной вероятности, приводимую ниже этот случай, даёт слагаемое 2/9*1/2.

3. Событие A_3. Предварительно выбранная и вскрытая разведкой позиции не совпали, и разведка вскрыла успешный вариант на своей позиции. $P(A_3)$ =2/3*1/3=2/9. Очевидно, что, как и в случае реализации

события $A_{1,}$ условная вероятность общего успеха при этом событии $P_{A3}(S)$ = 1. В формулу полной вероятности этот случай даёт слагаемое 2/9*1.

4. Событие A_4. Предварительно выбранная и вскрытая разведкой позиции не совпали, и разведка вскрыла неуспешность на своей позиции. Вероятность этого события $P(A_4)$ =2/3*2/3=4/9.

Условная вероятность общего успеха при этом событии $P_{A4}(S)$ = 1/2. В формулу полной вероятности этот случай даёт слагаемое 4/9*1/2.

Итак, окончательно, в рассматриваемом случае **II** вероятность общего успеха, рассчитываемая по формуле полной вероятности, равна:

$$P(S) = 1/9 * 1 + 2/9 * 1/2 + 2/9 * 1 + 4/9 * 1/2 = 1/9 + 2/9 + 1/2 * 6/9 =$$
$$=1/3 + 1/2 * 2/3 = 1/3 + 1/3 = 2/3.$$

Следует отдельно отметить, что случай реализации события A_4, несмотря на кажущееся сходство со схемой парадокса Монти Холла, поскольку и там, и там вскрывается неуспешность именно невыбранного варианта, не соответствует схеме парадокса Монти Холла, так как получен случайно, и является частью реализации случайного процесса, в рамках которого возможно вскрытие и предварительно выбранного и невыбранного варианта, причем как обнаружение успешного, так и неуспешного варианта.

В то время как многое в схеме парадокса Монти Холла вовсе не является полностью случайным, а в некотором смысле искусственным. Именно поэтому в случае реализации случайного процесса со случайной разведкой $P_{A4}(S)$ равно именно 1/2 (а не какой-то иной величине, как например 1/3 в случае отказа от смены выбора в схеме парадокса Монти Холла или 2/3 в случае смены выбора в схеме парадокса Монти Холла).

В противном случае, считая вероятность общего успеха по формуле полной вероятности, мы в одном случае (сменив первоначальный выбор по схеме Монти Холла) получили бы что вероятность общего успеха $P(S)$

больше 2/3, а в другом случае (не меняя выбор) получили бы $P(S)$ меньше 2/3.

Это (например, превышение, по вероятности общего успеха, значения 2/3), конечно же, не соответствовало бы действительности, так как, вообще говоря, с фактически имеющейся у нас возможностью открытия двух вариантов из трёх (первый основной, а второй – с помощью разведки), и без дополнительных ограничений, никакими ухищрениями превысить значение 2/3 нельзя.

III. Рассмотрим ещё один, несколько модифицированный случай случайной разведки, демонстрирующий определенное сходство со схемой Монти Холла, за счёт того, что в данном случае, всегда поступает дополнительная информация именно о неудачности определённой позиции. Так же, как и ранее делается случайным образом предварительный выбор, а затем производится случайным образом разведка.

При этом с помощью разведки может быть вскрыта только неудачность определённой позиции и при этом предварительно выбранная, и вскрытая разведкой позиция могут совпадать, а могут и не совпадать.

В этом случае, вероятность общего успеха:

$$P(S)= 1/3 * 1/2 + 2/3 * 1/2 = 1/2.$$

IV. Рассмотрим ещё один случай, также демонстрирующий частичное сходство со схемой парадокса Монти Холла, за счёт того, что предварительно выбранный вариант "не трогают".

Пусть, случайным образом, делается предварительный выбор, а затем случайно вскрывается одна из невыбранных позиций. Причём разведка может скрыть как успешность, так и неуспешность случайно выбранной позиции. Здесь, несмотря на то, что как предварительно выбранная позиция, так и позиция, вскрываемая разведкой, выбираются случайным образом, всё же присутствует ограничение: предварительно выбранная позиция в дальнейшем не подвергается исследованию, не подвергается разведке, но может быть в дальнейшем вскрыта в качестве окончательного решения.

В этом случае, вероятность общего успеха:

$P(S)$= 1/3 * 1 + 2/3 * 1/2 = 2/3.

V. Ну и наконец рассмотрим схему парадокса Монти Холла. Следует отметить, что случайным образом, при реализации схемы со случайной разведкой, и без дополнительных практических ограничений схема Монти Холла не может быть получена *никак, ни в каком из частных случаев*. Так, даже сделав допустимое ограничение: не исследовать предварительно выбранный вариант, мы в дальнейшем *никак* не сможем обеспечить случайность выбора разведкой именно неуспешного варианта.

Однако это не значит, что схема парадокса Монти Холла не реализуется в действительности. Она может реализовываться при наличии определенных дополнительных ограничений, часто накладываемых практикой.

Как уже говорилось ранее, вполне реализуема ситуация, когда практически невозможно поступление никакой другой информации кроме как поступление информации о неудачности одного из не выбранных вариантов.

Например, это реализуется в рассмотренной выше задаче о трёх предприятиях, выбирающих три стратегии развития.

Также поступление информации, только и только о неудачности одного из не выбранных вариантов возможно в ситуации, когда в силу соображений конфиденциальности нет возможности познакомить группу экспертов именно с выбранным вариантом, а только с вариантами не выбранными.

Таким образом, в случае определения того факта, что данная конкретная ситуация укладывается в схему парадокса Монти Холла, нашей задачей, грубо говоря, является, не совершить чудо, а всего лишь забрать свои законные 2/3 по вероятности успеха, сменив выбор. То есть, выжать максимум из факта поступления дополнительной информации, в то время, как при отказе от смены выбора свои законные 2/3, можно потерять и получить вместо этого вероятность успеха всего лишь равной 1/3.

Отметим, что существуют ситуации выбора, например одного варианта из трех, как соответствующие схеме парадокса Монти Холла, так и не соответствующие ей, а соответствующие, например, *схеме задачи со случайной разведкой*.

Не всегда заранее известно, какой схеме, схеме Монти Холла или другой, соответствует та или иная задача. На практике вопрос отнесения конкретной ситуации к тому или иному типу, к той или иной схеме носит вероятностный характер.

Поэтому естественно рассмотреть такую характеристику рассматриваемых задач, как вероятность p того, что данная ситуация укладывается в схему парадокса Монти Холла и вероятность $q = 1 - p$, того, что данная ситуация в схему парадокса Монти Холла не укладывается.

Тогда вероятность успеха, рассчитываемая по формуле полной вероятности равна:

$$P(S) = p*2/3+q*1/2=p*2/3+(1-p)*1/2=2/3*p+1/2-1/2*p=1/6p+1/2. \quad (1)$$

При этом следует отметить, что вышеуказанная формула (1) вместе коэффициентом 2/3 при p в первом слагаемом, получается только в ситуации, когда мы действуем по оптимальной схеме парадокса Монти Холла и меняем выбор.

В случае же, когда мы не меняем первоначальный выбор, коэффициент при p в первом слагаемом будет, очевидно, равен 1/3.

Тогда $P(S)= p*1/3 + q*1/2= 1/2 - 1/6*p$. Совершенно очевидно, что при любом p принадлежащем отрезку от нуля до единицы выполняется условие:

$$1/2 + 1/6*p \geq 1/2 - 1/6*p \quad (2)$$

Неравенство (2) приобретает характер равенства только при $p = 0$. Также очевидно, что смена выбора или отказ от неё никак не влияет на коэффициент 1/2 при q во втором слагаемом формулы (1) так как в случае, когда ситуации не соответствует схеме парадокса Монти Холла, то вероятность успеха, как при смене выбора, так и при отказе от неё не меняется и остается равной 1/2.

Из вышесказанного следует очевидный вывод: *смена выбора никак не меняет вероятность успеха при несоответствии ситуации выбора одного удачного варианта из трёх возможных схеме парадокса Монти Холла, но при этом, в случае соответствия данной ситуации схеме Монти Холла, смена выбора повышает вероятность в два раза с 1/3 до 2/3.*

Тогда: *всегда выгодно и следует менять первоначальный выбор при поступлении дополнительной информации о неудачности одного из не выбранных вариантов, до тех пор, пока существует ненулевая вероятность того, что рассматриваемая ситуация соответствует схеме парадокса Монти Холла.*

Заключение

Таким образом, в настоящей работе развиты представления о возможности применения теории парадокса Монти Холла, в задачах, предполагающих необходимость оптимального выбора стратегии развития инновационного потенциала предприятия.

Исследована возможность применения теории парадокса Монти Холла в комбинации с моделями игр Блотто.

Указаны границы применимости теории парадокса Монти Холла. Определено, что его теория, вместе с соображениями о выгодности смены первоначального выбора неприменимы в задачах с так называемой «случайной разведкой».

В работе подробно рассмотрена задача с так называемой «случайной разведкой», сделан вывод о безусловной выгодности смены первоначального выбора, связанной с вероятностным характером соответствия любой конкретной задачи выбора схеме парадокса Монти Холла.

Приведены рекомендации по конфиденциальности, защите прямой и косвенной информации, связанной с вариантами выбора в реальной экономической ситуации.

Развиваемые в работе представления, полученные выводы и рекомендации, могут быть применены к широкому кругу задач, связанных с реализацией оптимального выбора.

Литература

1. Баркалов С.А., Карпович М.А., Моисеев С.И. Метод анализа иерархий: подход, основанный на использовании латентных переменных // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2022. Т. 22. № 2. С. 58-66.

2. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Серебрякова Е.А. Модель управления запасами в строительной сфере, основанная на марковских случайных процессах// Инженерный вестник Дона. 2023. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2023/8235

3. Назаров А.С., Дерябин М.А., Бабенко М.Г., Тарасенко Е.О. Вероятностный подход к оценке отказоустойчивости различных моделей распределенного хранения данных // Инженерный вестник Дона. 2019. № 8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2019/6137

4. Дьяконова С.Н., Артыщенко С.В., Баев С.А., Гусев М.В. Исследование динамики развития инновационных процессов с помощью логистического уравнения Ферхюльста // ФЭС: Финансы. Экономика. Стратегия. 2022. Т. 19. № 4. С. 80-84.

5. Дьяконова С.Н., Артыщенко С.В., Щетинин Н.В., Мартиросян Д.Г. Исследование проблем осуществления инновационной деятельности на предприятиях строительной сферы // Инновации, технологии и бизнес. 2021. № 2 (10). С. 47-52.

6. Копотева А.В. Случайное поведение участника как способ максимизации вероятности его выигрыша в парадоксе Монти Холла // Вестник ЮУрГУ Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2019. Т. 19. № 3. С. 126 -134.

7. Saenen L., Heyvaert M., Van Dooren W., Schaeken W., Onghena P. Why Humans Fail in Solving the Monty Hall Dilemma: A Systematic Review. Psychologica Belgica, 2018. № 58. pp. 128–158.

8. Vorontsov I.D., Raytsin A.M. The Monty Hall Paradox. Telecommunication and Information Technologies, 2016. vol. 3. № 2. pp. 5–7.

9. Lucas St., Rosenhouse J., Schepler A. The Monty Hall Problem, Reconsidered. Mathematics Magazine, 2009. № 82. pp. 332–342.

10. Baratgin J. Updating Our Beliefs about Inconsistency: The Monty-Hall Case. Mathematical Social Sciences, 2009. vol. 57. iss. 1. pp. 67–95.

11. Gillman L. The Car and the Goats. The American Mathematical Monthly. 1992, vol. 99, № 1, pp. 3–7.

12. Gnedin A. The Monty Hall Problem: Switching is Forced by the Strategic Thinking. Computing Research Repository, 2011. pp. 1–15. https://doi.org/10.48550/arXiv.1103.3890

13. Gill R. The Monty Hall Problem is Not a Probability Puzzle (It's a Challenge in Mathematical Modelling). Statistica Neerlandica, 2011. № 65. pp. 58–71.

14. Gross O. & Wagner R. A. Continuous Colonel Blotto Game. Research Memorandum, № RM-408. U.S. Air Force Project Rand, Santa Monica, California, (1950). pp. 1–12.

15. Merolla J., Munger M., & Tofias M. (2005). In Play: A Commentary on Strategies in the 2004 U.S. Presidential Election. Public Choice, 123(1/2), 19–37.

References

1. Barkalov S.A., Karpovich M.A., Moiseev S.I. Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Komp'yuternyye tekhnologii, upravleniye, radioelektronika. 2022. V. 22. No. 2. pp. 58-66.

2. Barkalov S.A., Moiseev S.I., Serebryakova E.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2023. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2023/8235

3. Nazarov A.S., Derjabin M.A., Babenko M.G., Tarasenko E.O. Inzhenernyj vestnik Dona. 2019. № 8. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2019/6137

4. Dyakonova S.N., Artyshchenko S.V., Baev S.A., Gusev M.V. FES: Finansy. Ekonomika. Strategiya. 2022. V. 19. No. 4. S. 80-84.2022. T. 127. No. 1. S. 18-26.

5. Dyakonova S.N., Artyshchenko S.V., Shchetinin N.V., Martirosyan D.G. Innovatsii, tekhnologii i biznes. 2021. No. 2 (10). pp. 47-52.

6. Kopoteva, A.V. Vestnik YUUrGU Seriya «Komp'yuternyye tekhnologii, upravleniye, radioelektronika». 2019. V. 19. No. 3. pp. 126 -134.

7. Saenen L., Heyvaert M., Van Dooren W., Schaeken W., Onghena P. Why Humans Fail in Solving the Monty Hall Dilemma: A Systematic Review. Psychologica Belgica, 2018, № 58, pp. 128–158.

8. Vorontsov I.D., Raytsin A.M. The Monty Hall Paradox. Telecommunication and Information Technologies, 2016, vol. 3, № 2, pp. 5–7.

9. Lucas St., Rosenhouse J., Schepler A. The Monty Hall Problem, Reconsidered. Mathematics Magazine, 2009. № 82. pp. 332–342.

10. Baratgin J. Updating Our Beliefs about Inconsistency: The Monty-Hall Case. Mathematical Social Sciences, 2009. vol. 57. iss. 1. pp. 67–95.

11. Gillman L. The Car and the Goats. The American Mathematical Monthly. 1992. vol. 99. № 1. pp. 3–7.

12. Gnedin A. The Monty Hall Problem: Switching is Forced by the Strategic Thinking. Computing Research Repository, 2011. pp. 1–15. https://doi.org/10.48550/arXiv.1103.3890

13. Gill R. The Monty Hall Problem is Not a Probability Puzzle (It's a Challenge in Mathematical Modelling). Statistica Neerlandica, 2011. № 65. pp. 58–71.

14. Gross O. & Wagner R. A. Continuous Colonel Blotto Game. Researsh Memorandum, № RM-408. U.S. Air Force Project Rand, Santa Monica, California, (1950). pp. 1–12.

15. Merolla J., Munger M., & Tofias M. (2005). In Play: A Commentary on Strategies in the 2004 U.S. Presidential Election. Public Choice, 123(1/2), 19–37.

Дата поступления: 15.07.2023

Дата публикации: 15.12.2023