

Исследование тепловых свойств пористых полимерных материалов на основе минимальных поверхностей Шварца

Д.М. Брагин, А.В. Еремин

Самарский государственный технический университет, Самара

Аннотация: В настоящей работе исследованы тепловые свойства пористых материалов с топологией трижды периодических минимальных поверхностей (ТПМП) Шварца. На основе обобщения результатов вычислительных экспериментов получены зависимости теплофизических свойств ТПМП-материалов от макроструктурных параметров: размера и толщины элементарной ячейки. Исследованы свойства наиболее распространенных термопластичных полимеров PETG, ABS, PLA, PHP, применяемых в аддитивном производстве. Показано, что коэффициенты теплопроводности рассмотренных ТПМП-материалов могут быть представлены в виде линейной функции от безразмерного геометрического параметра – относительной толщины стенки элементарной ячейки. Изменяя этот параметр, а, следовательно, и геометрическую структуру пористой среды, можно получить материал с заданными теплофизическими свойствами. Верификация полученных методом конечных элементов результатов выполнена на основе анализа сеточной сходимости решений.

Ключевые слова: эффективная теплопроводность; перенос тепла; пористый материал; пористость; термопластичный полимер; упорядоченная макроструктура; минимальная поверхность Шварца; трижды периодическая поверхность.

Введение

Дизайн материалов с заданными физическими (механическими, теплофизическими, электрическими, магнитными, химическими, эксплуатационными, оптическими и др.) свойствами является важнейшей научно-технической задачей. В зависимости от способа получения материалов с заданными свойствами, условно различают микро- (методы направленного синтеза) [1-3] и макроструктурные (армирование, вспенивание, комбинация компонентов и др.) исследования [4-5]. В настоящей работе рассматривается макроструктурный метод прогнозирования теплофизических свойств материалов на основе трижды периодических минимальных поверхностей (ТПМП) путем изменения характерных геометрических параметров элементарных структурных элементов (ячеек) материала – минимальных поверхностей Шварца.

Пористая среда на основе ТПМП-поверхностей может использоваться в качестве тепловой защиты, звукоизоляции [6] и др. Заполняя поровое пространство материалом с отличающимися от ТПМП-каркаса свойствами, можно получить композиты с уникальными свойствами. С точки зрения топологического анализа, минимальная поверхность – гладкая поверхность с нулевой кривизной. Трижды периодические минимальные поверхности (ТПМП) могут быть объединены в массив. Рассматриваемая ячейка Шварца объединяется в массив путем параллельного переноса (трансляции) в направлении осей ортогональной системы координат с периодом, равным длине ребра куба, в который она может быть вписана. Первые работы по изучению свойств минимальных поверхностей принадлежат Лагранжу. Позднее Шварц и Неовиус продолжили изучение периодических минимальных поверхностей в 1880-х годах. В настоящее время все больше исследователей изучают свойства материалов, основанных на ТПМП [7 – 9].

Материалы на основе трижды периодических поверхностей минимальной энергии обладают уникальными прочностными характеристиками [10,11]. Soro [12] изучал квазистатическое растяжение и циклическую усталость сжатия-растяжение решетки Ti–6Al–4V на основе гироидных, алмазных и примитивных элементарных ячеек Шварца. В работе Laing [13] исследованы механические свойства пены, основанной на поверхности Шёна (Schoen IWP). Было обнаружено, что модуль упругости и предел текучести при сдвиге масштабируется по закону Гибсона-Эшби. При сравнении свойств эластичности и пластичности IWP-пены с несколькими другими распространенными пенами и решетками было замечено, что IWP-пена имеет наивысшие одноосные жесткость и прочность.

Изготовление ТПМП-структур до недавнего времени было практически невозможно. Однако, с развитием аддитивных технологий, появилась возможность производства изделий на основе минимальных поверхностей,

как из полимерных материалов, так и из металлов [14,15]. Al-Ketan [16] изготовил образцы ТПМП-структур и рассмотрел их прочностные свойства при сжатии. Ячеистые структуры на основе ТПМП показали наилучшие механические свойства среди всех протестированных структур. Аддитивное производство решеток на основе ТПМП имеет большой потенциал прикладного применения в различных отраслях [17-19]. Так [17] Zhang предложил методы параметрического проектирования для функционально-градиентных каркасов на основе ТПМП в области инженерной костной ткани. Образцы для исследования были изготовлены путем селективного лазерного плавления порошка Ti-6Al-4V. В ходе проведения исследования они выявили, что механические свойства и проницаемость, сравнимы с натуральной костной тканью. Еще одним важным свойством ТПМП является способность делить пространство на два и более непересекающихся объема. Это важно с прикладной точки зрения, т.к., подобные структуры могут быть использованы в качестве матрицы катализаторов [20], тепловой защиты [21], теплообменного тракта рекуперативных теплообменных аппаратов [22] и т.д.

Cheng [23] исследовал особенности теплообмена в пористых структурах ТПМП при различных числах Рейнольдса и пористости. Reza [24] провел термический анализ для оптимизации конструкции теплообменника Schwartz D. Qureshi обнаружил, что эффективная теплопроводность сильно зависит не только от пористости [25], но и от типа ТПМП.

Несмотря на большое количество работ в области исследования тепловых свойств пористых ТПМП-материалов, обобщенных аналитических зависимостей, позволяющих проектировать материалы с прогнозируемыми свойствами без использования дорогостоящего программного обеспечения и вычислительной техники сложных, практически не получено.

В связи с вышесказанным сделано заключение об актуальности исследования тепловых свойств ТПМП-структур с целью дальнейшего

проектирования материалов с прогнозируемыми теплофизическими свойствами. Настоящее исследование направлено на изучение теплопроводящих свойств пористых ТПМП-материалов типа Шварца Р (Primitive), из термопластичных полимеров PETG, ABS, PLA, PNP, применяемых в аддитивном производстве. Это исследование имеет практическое значение, т.к. позволит широкому кругу научно-технических работников использовать найденные аналитические зависимости для решения прикладных задач.

1. Формирование структуры пористого материала

Существуют различные методы автоматизированной генерации трижды периодических поверхностей минимальной энергии [24 – 26]. Например, отечественный программный продукт ToposPro создает каркас, который представляет собой элементарную ячейку кристалла, ограниченную плоскими многоугольниками. Каркас получается методом тайлинга, т.е. разбиения бесконечной периодической сетки на конечные области (тайлы), которые характеризуют пористую структуру вещества. Другим распространенным продуктом является программный комплекс Surface Evolver. Путем последовательных итераций кубический каркас (рис.1.а) одной элементарной ячейки преобразуется в ТПМП типа Шварца Р (рис.1.б), вписанную в куб с ребром a , состоящую из повторяющихся элементов. Последовательно соединяя ячейки, как показано на Рис.1.в, можно получить материал требуемых размеров. Поверхность, образующая элементарную ячейку, экспортируется в виде «облака» (дискретный массив координат) точек для последующей обработки. В дальнейшем массив точек обрабатывается в системах автоматизированного проектирования (Компас, Solidworks и др.) с целью генерации на их основе непрерывной поверхности. Толщина δ полученной поверхности придается путем формирования

твёрдотельного слоя, ограниченного исходной минимальной поверхностью и эквидистантной к ней (или двумя эквидистантными поверхностями в случае симметричного утолщения). Полученный объект является элементарной ячейкой, из которой путем параллельного перенос (трансляции) может быть получен пористый материал требуемой конфигурации.

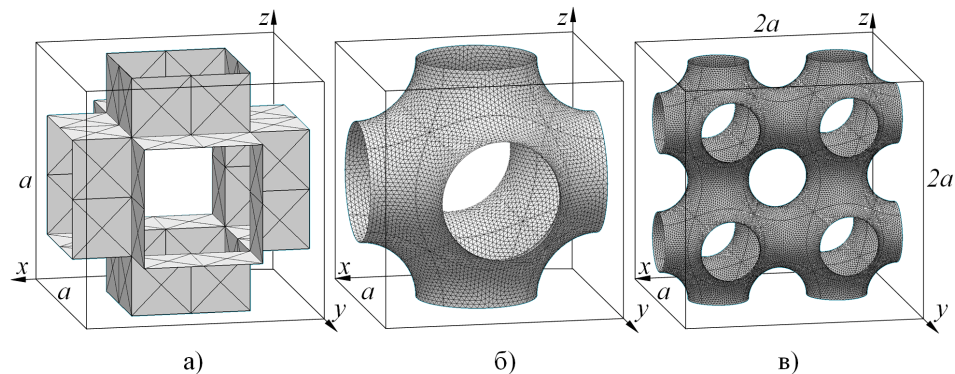


Рис 1. Поверхность Шварца P: а) кубический каркас; б) элементарная ячейка Шварца P; в) объединённые ячейки Schwarz P

2. Метод исследования

Для исследований пористых материалов на основе ТПМП широко используются методы исследования минимальных репрезентативных объемов (RVE) [27-29]. При таком подходе исследуется минимальный объем среды, воспроизводящий свойства всей исследуемой области. Для ТПМП Шварца P минимальный репрезентативный объем – элементарная ячейка, представленная на рис. 2а. В настоящей работе исследованы ячейки с толщиной стенки δ от 0,05 до 0,5 мм и размером ячейки (размер ребра куба a) – от 3 до 10 мм.

Рассматриваемая поверхность обладает кубической симметрией. Каждая из плоскостей симметрии S_x , S_y и S_z делит ячейку на идентичные элементы. Тензор теплопроводности (4) в таком случае будет иметь диагональный вид с равными значениями коэффициентов теплопроводности в главной диагонали ($\lambda_{xx} = \lambda_{yy} = \lambda_{zz}$). Для понимания теплопереноса в такой

структуре достаточно определения теплопроводности в одном из ортогональных направлений, например ОХ.

$$\lambda_{эфф} = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{xx} \end{bmatrix}$$

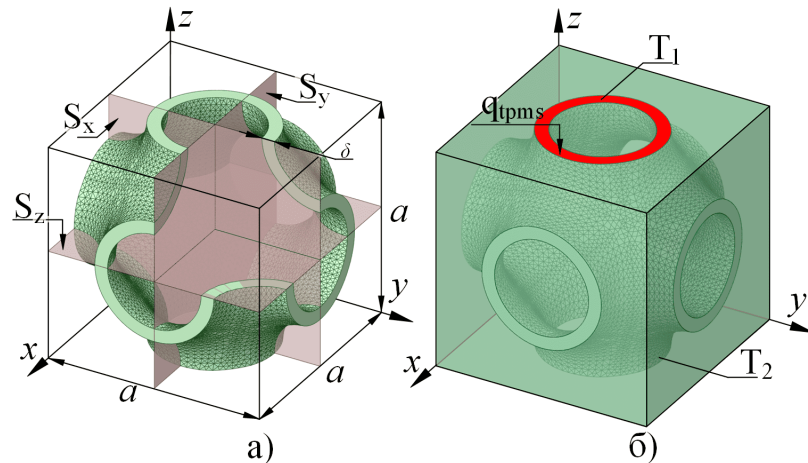


Рис. 2. Геометрическая модель репрезентативного объема:

- а) твердотельная ячейка Шварца Р с толщиной δ и размером a ; S_x, S_y, S_z – плоскости симметрии; б) гомогенизированная RVE ячейка Шварца Р.

В исследовании использована модель гомогенизированной среды. Рассматриваемая единичная элементарная ячейка заменена на однородный куб с осредненными по объему свойствами (рис 2б). При этом теплопроводность куба характеризуется интегральной величиной – коэффициентом эффективной теплопроводности $\lambda_{эфф}$. В таком случае, согласно закону Фурье, эффективная теплопроводность гомогенизированного куба (одной элементарной ячейки) определяется по формуле:

$$\lambda_{эфф} = -\frac{q_{TPMS} \cdot a}{(T_1 - T_2)}, \quad (1)$$

где T_1, T_2 – температура противоположных поверхностей ячейки (см. рис. 2б); a – длина ребра куба; q_{TPMS} – плотность теплового потока.

Исследования теплопроводящих свойств элементарной ячейки выполнено методом конечных элементов, реализованным в программном комплексе Ansys (вычислительный модуль Steady State Thermal). Изучение свойств выполнялось в стационарном режиме переноса тепла при граничных условиях первого рода, заданных на противоположных сторонах ячейки (рис. 2, $T_1=0^{\circ}\text{C}$ и $T_2=50^{\circ}\text{C}$). На других гранях ячейки теплообмен отсутствует – задано условие адиабатной стенки.

В настоящей работе рассмотрены термопластичные полимеры, распространенные в аддитивном производстве, а именно: PETG ($\lambda=0.2$ Вт/(м $^{\circ}\text{C}$)), PLA ($\lambda=0.12$ Вт/(м $^{\circ}\text{C}$)), ABS ($\lambda=0,15$ Вт/(м $^{\circ}\text{C}$)), PHP ($\lambda=0,375$ Вт/(м $^{\circ}\text{C}$)).

3. Сеточная сходимость

В соответствии с методом конечных элементов, после генерации твердотельной модели элементарной ячейки, выполняется разбиение исследуемой области на конечные элементы – создается расчетная сетка. Создание сетки было выполнено в программном комплексе Ansys с использованием доступных библиотек. В пространственной области приложения граничных условий сетка сгущалась для повышения точности численных расчетов.

Косвенную оценку качества сетки можно выполнить путем определения относительной величины ε [29]:

$$\varepsilon = -\frac{|\gamma - \gamma_i|}{\gamma} \quad (2)$$

где γ – значение искомой функции, полученное для самого большого количества элементов сетки, γ_i – значение искомой функции, полученное из текущего (i – го) расчета.

В качестве искомой функции рассматривалась плотность теплового потока. Выполняя серию вычислений с уменьшением конечных элементов, т.е. сгущая сетку, получен график сеточной сходимости по формуле (2) (см.

рис. 3). Из анализа графика видно, что для решения задачи с погрешностью менее 0,006% достаточно 1 804 739 элементов.

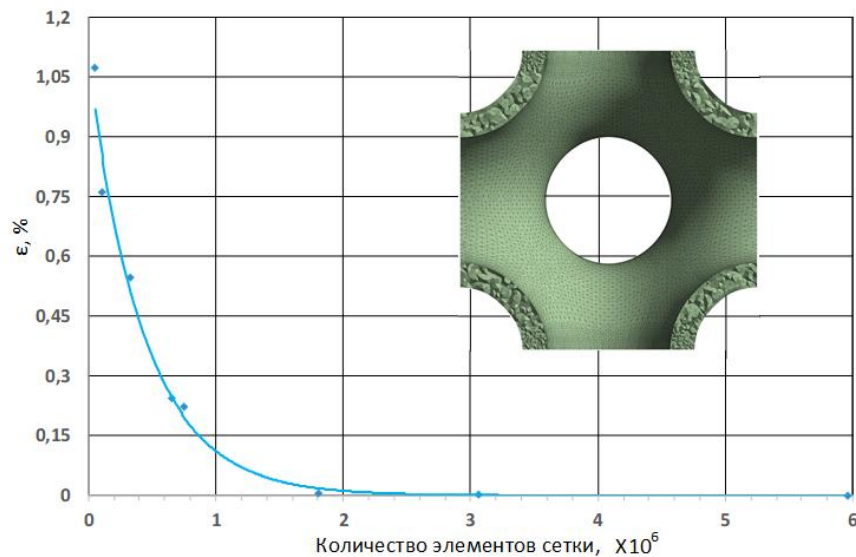


Рис. 3. Сходимость численных решений в зависимости от количества элементов расчетной сетки.

4. Результаты

Результаты численных расчетов по формуле (1), в направлении оси X для различных значений параметров a , δ , и теплопроводности λ исходного материала приведены на рис. 4. Распределение температуры по высоте элементарной ячейке представлено на рис. 5.

Графики изменения теплопроводности от a и δ для различных материалов имеют схожую форму. Максимальные значения теплопроводности наблюдаются при минимальных значениях a и максимальных δ . При постоянной толщине стенки ячейки δ изменение параметра a приводит к изменению теплопроводности по степенному закону. Изменение толщины структуры δ при постоянном размере a оказывает линейное влияние на теплопроводящие свойства материала.

Аппроксимируя полученные результаты, можно получить формулу для определения $\lambda_{эфф}$ для любых значений a и δ из указанного диапазона.

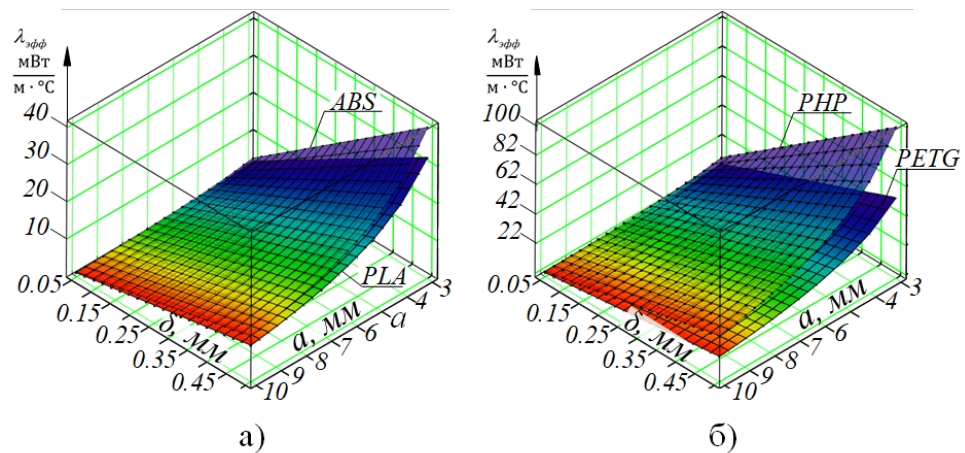


Рис. 4. Эффективная теплопроводность материалов на основе поверхности Шварца Р: а) материал ABS и PLA; б) материал PETG и фотополимер

Очевидно, что значения λ_{xx} зависят не только от значений a и δ , но и от теплопроводности исходного материала. Аппроксимированные значения для исследуемых материалов примут вид:

$$\lambda_{xx}^{PHP} = 0.6199 \cdot \delta / a - 0.0012 ; \quad \lambda_{xx}^{PETG} = 0.3295 \cdot \delta / a - 0.0004 ;$$

$$\lambda_{xx}^{ABS} = 0.2397 \cdot \delta / a - 0.0003 ; \quad \lambda_{xx}^{PLA} = 0.1964 \cdot \delta / a - 0.0002 .$$

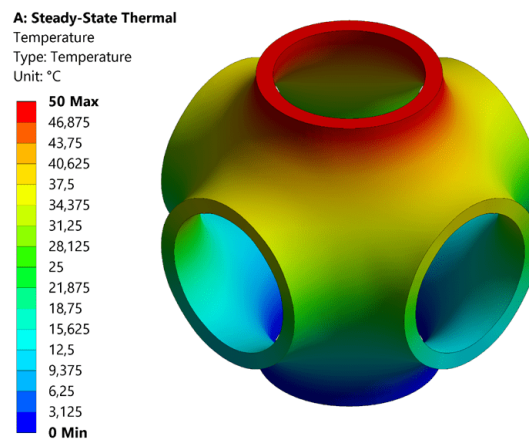


Рис. 5. Распределение температурного поля по элементарной ячейке

Выводы

В работе представлены результаты исследования теплопереноса в пористом материале, на основе трижды периодических поверхностей минимальной энергии. Определены компоненты тензора теплопроводности

для пористого материала, состоящего из ячеек типа Шварца, получены формулы для определения эффективных коэффициентов теплопроводности для наиболее распространённых термопластичных полимеров. Важно отметить, что в работе исследован процесс переноса тепла по каркасу ТПМП-материала. В случае наличия жидкостей/газов внутри межпорового пространства необходимо учитывать конвективную составляющую теплопереноса, что является целью дальнейших исследований.

«Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10044, rscf.ru/project/23-79-10044/»

Литература

1. Павлычева Е. А. Разработка теплоизоляционного полимерного покрытия, наполненного фенолформальдегидными микросферами //Инженерный вестник Дона. – 2020. – №. 5. – URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2020/6497/.

2. Asenbauer, J., Eisenmann, T., Kuenzel, M., Kazzazi, A., Chen, Z., & Bresser, D. The success story of graphite as a lithium-ion anode material—fundamentals, remaining challenges, and recent developments including silicon (oxide) composites //Sustainable Energy & Fuels. – 2020. – Т. 4. – №. 11. – pp. 5387-5416.

3. Lyu, L., Seong, K. D., Ko, D., Choi, J., Lee, C., Hwang, T., Y Cho, X Jin, W Zhang, H Pang, & Piao, Y Recent development of biomass-derived carbons and composites as electrode materials for supercapacitors //Materials Chemistry Frontiers. – 2019. – Т. 3. – №. 12. – pp. 2543-2570.

4. Зинина, С. А., Попов, А. И., Брагин, Д. М., & Еремин, А. В Исследование процесса теплопереноса в тепловыделяющем элементе цилиндрической формы //Инженерный вестник Дона. – 2021. – №. 8. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2021/7154 /](https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2021/7154/).

5. Хайруллин, А. Р., Синявин, А. А., Хайбуллина, А. И., & Ильин, В. К. Конструирование вспененных пористых теплоизоляционных материалов методом диаграммы Вороного //Инженерный вестник Дона. – 2022. – № 4. – URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2022/7600

6. Yang, C. R., Chen, C. D., Cheng, C., Shi, W. H., Chen, P. H., & Teng, T. P. Synergistic effect of hybrid fillers/polydimethylsiloxane composites on enhancing thermal conductivity //Case Studies in Thermal Engineering. – 2021. – Т. 28. – p. 101591.

7. Han L., Che S. An overview of materials with triply periodic minimal surfaces and related geometry: from biological structures to self- assembled systems //Advanced Materials. – 2018. – Т. 30. – №. 17. – p. 1705708.

8. Al-Ketan O., Abu Al-Rub R. K. Multifunctional mechanical metamaterials based on triply periodic minimal surface lattices //Advanced Engineering Materials. – 2019. – Т. 21. – №. 10. – p. 1900524.

9. Meeks III W. H. The theory of triply periodic minimal surfaces //Indiana University Mathematics Journal. – 1990. – pp. 877-936.

10. Gandy, P. J., Bardhan, S., Mackay, A. L., & Klinowski, J. Nodal surface approximations to the P, G, D and I-WP triply periodic minimal surfaces //Chemical physics letters. – 2001. – Т. 336. – №. 3-4. – pp. 187-195.

11. Cai, Z., Liu, Z., Hu, X., Kuang, H., & Zhai, J. The effect of porosity on the mechanical properties of 3D-printed triply periodic minimal surface bioscaffold //Bio-Design and Manufacturing. – 2019. – Т. 2. – pp. 242-255.

12. Soro, N., Saintier, N., Merzeau, J., Veidt, M., & Dargusch, M. S. Quasi-static and fatigue properties of graded Ti–6Al–4V lattices produced by Laser Powder Bed Fusion //Additive Manufacturing. – 2021. – Т. 37. – p. 101653.

13. Abu Al-Rub, R. K., Lee, D. W., Khan, K. A., & Palazotto, A. N. Effective anisotropic elastic and plastic yield properties of periodic foams derived

from triply periodic Schoen's I-WP minimal surface //Journal of Engineering Mechanics. – 2020. – Т. 146. – №. 5. – p. 04020030.

14. Ma, S., Tang, Q., Han, X., Feng, Q., Song, J., Setchi, R., , Ying L., Yang L., Athanasios G., Daniel. E., Yau Y.T. & Zhen, N.. Manufacturability, mechanical properties, mass-transport properties and biocompatibility of triply periodic minimal surface (TPMS) porous scaffolds fabricated by selective laser melting //Materials & Design. – 2020. – Т. 195. – p. 109034.

15. Thomas, N., Sreedhar, N., Al-Ketan, O., Rowshan, R., Al-Rub, R. K. A., & Arafat, H.. 3D printed triply periodic minimal surfaces as spacers for enhanced heat and mass transfer in membrane distillation //Desalination. – 2018. – Т. 443. – pp. 256-271.

16. Al-Ketan O., Rowshan R., Al-Rub R. K. A. Topology-mechanical property relationship of 3D printed strut, skeletal, and sheet based periodic metallic cellular materials //Additive Manufacturing. – 2018. – Т. 19. – pp. 167-183.

17. Zhang, X. Y., Yan, X. C., Fang, G., & Liu, M. Biomechanical influence of structural variation strategies on functionally graded scaffolds constructed with triply periodic minimal surface //Additive Manufacturing. – 2020. – Т. 32. – p. 101015.

18. Laguna, O. H., Lietor, P. F., Godino, F. I., & Corpas-Iglesias, F. A. A review on additive manufacturing and materials for catalytic applications: Milestones, key concepts, advances and perspectives //Materials & Design. – 2021. – Т. 208. – p. 109927.

19. Bragin, D. M., Popov, A. I., Eremin, A. V., Olatuyi, O. J., Zinina, S. A., & Shulga, A. S.. Thermal Conductivity of a Porous Material with an Ordered Structure //2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency. – IEEE, 2022. – pp. 858-861.

20. Nguyen, D. T., Roy, P., Beck, V. A., & Stolaroff, J. K. Triply Periodic Minimal Surface Heat Exchangers for Supercritical CO₂ Cycles //Proceedings of

the 14th International Conference on Greenhouse Gas Control Technologies, Melbourne, Australia. – 2018. – pp. 21-25.

21. Cheng, Z., Li, X., Xu, R., & Jiang, P. Investigations on porous media customized by triply periodic minimal surface: Heat transfer correlations and strength performance // International Communications in Heat and Mass Transfer. – 2021. – Т. 129. – p. 105713.

22. Attarzadeh R., Rovira M., Duwig C. Design analysis of the “Schwartz D” based heat exchanger: A numerical study // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2021. – Т. 177. – p. 121415.

23. Qureshi, Z. A., Al-Omari, S. A. B., Elnajjar, E., Al-Ketan, O., & Al-Rub, R. A. Using triply periodic minimal surfaces (TPMS)-based metal foams structures as skeleton for metal-foam-PCM composites for thermal energy storage and energy management applications // International Communications in Heat and Mass Transfer. – 2021. – Т. 124. – p. 105265.

24. Brakke K. A. The surface evolver // Experimental mathematics. – 1992. – Т. 1. – №. 2. – p. 141-165.

25. Jones, A., Leary, M., Bateman, S., & Easton, M. TPMS Designer: A tool for generating and analyzing triply periodic minimal surfaces // Software Impacts. – 2021. – Т. 10. – p. 100167.

26. Maskery, I., Parry, L. A., Padrao, D., Hague, R. J. M., & Ashcroft, I. A. FLatt Pack: A research-focussed lattice design program // Additive Manufacturing. – 2022. – Т. 49. – p. 102510.

27. Брагин Д.М., Еремин А.В., Попов А.И., Шульга А.С., Метод определения коэффициента эффективной теплопроводности пористого материала на основе минимальной поверхности типа Schoen’s I-WP(R) // Вестник ИГЭУ . – 2023. – вып. 2, – С. 61–68

28. Еремин А. В., Зинина С. А., Джонсон О. О. Исследование теплопереноса в пористом материале на основе трижды периодических

поверхностей минимальной энергии // Вестник Югорского государственного университета. – 2023. – №. 1 (68). – С. 60-66.

29. Abueidda, D. W., Dalaq, A. S., Al-Rub, R. K. A., & Younes, H. A.. Finite element predictions of effective multifunctional properties of interpenetrating phase composites with novel triply periodic solid shell architected reinforcements // International Journal of Mechanical Sciences. – 2015. – Т. 92. – pp. 80-89.

30. Luo, J. W., Chen, L., Min, T., Shan, F., Kang, Q., & Tao, W. Macroscopic transport properties of Gyroid structures based on pore-scale studies: permeability, diffusivity and thermal conductivity // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2020. – Т. 146. – p. 118837.

References

1. Pavlycheva E. A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2020. №. 5. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2020/6497/.

2. Asenbauer, J., Eisenmann, T., Kuenzel, M., Kazzazi, A., Chen, Z., & Bresser, D. Sustainable Energy & Fuels. 2020. V. 4. №. 11. pp. 5387-5416.

3. Lyu, L., Seong, K. D., Ko, D., Choi, J., Lee, C., Hwang, T., Y Cho, X Jin, W Zhang, H Pang, & Piao, Y Materials Chemistry Frontiers. 2019. V. 3. №. 12. pp. 2543-2570.

4. Zinina, S. A., Popov, A. I., Bragin, D. M., & Eremin, A. V Inzhenernyj vestnik Dona 2021. №. 8. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2021/7154 /](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2021/7154/).

5. Hajrullin, A. R., Sinyavin, A. A., Hajbullina, A. I., & Il'in, V. K. Inženernyj vestnik Dona. 2022. №. 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2022/7600

6. Yang, C. R., Chen, C. D., Cheng, C., Shi, W. H., Chen, P. H., & Teng, T. P. Case Studies in Thermal Engineering. 2021. V. 28. p. 101591.

7. Han L., Che S. Advanced Materials. 2018. V. 30. №. 17. pp. 1705708.

8. Al-Ketan O., Abu Al-Rub R. K. *Advanced Engineering Materials*. 2019. V. 21. №. 10. p. 1900524.
 9. Meeks III W. H. *The theory of triply periodic minimal surfaces* Indiana University Mathematics Journal. 1990. pp. 877-936.
 10. Gandy, P. J., Bardhan, S., Mackay, A. L., & Klinowski, J. *Chemical physics letters*. 2001. V. 336. №. 3-4. pp. 187-195.
 11. Cai, Z., Liu, Z., Hu, X., Kuang, H., & Zhai, J. *Bio-Design and Manufacturing*. 2019. V. 2. p. 242-255.
 12. Soro, N., Saintier, N., Merzeau, J., Veidt, M., & Dargusch, M. S. *Additive Manufacturing*. 2021. V. 37. p. 101653.
 13. Abu Al-Rub, R. K., Lee, D. W., Khan, K. A., & Palazotto, A. N. *Journal of Engineering Mechanics*. 2020. V. 146. №. 5. p. 04020030.
 14. Ma, S., Tang, Q., Han, X., Feng, Q., Song, J., Setchi, R., , Ying L., Yang L., Athanasios G., Daniel. E., Yau Y.T. & Zhen, N. *Materials & Design*. 2020. V. 195. p. 109034.
 15. Thomas, N., Sreedhar, N., Al-Ketan, O., Rowshan, R., Al-Rub, R. K. A., & Arafat, H.. *Desalination*. 2018. V. 443. pp. 256-271.
 16. Al-Ketan O., Rowshan R., Al-Rub R. K. A. *Additive Manufacturing*. 2018. V. 19. pp. 167-183.
 17. Zhang, X. Y., Yan, X. C., Fang, G., & Liu, M. *Additive Manufacturing*. 2020. V. 32. p. 101015.
 18. Laguna, O. H., Lietor, P. F., Godino, F. I., & Corpas-Iglesias, F. A. *Materials & Design*. 2021. V. 208. p. 109927.
 19. Bragin, D. M., Popov, A. I., Eremin, A. V., Olatuyi, O. J., Zinina, S. A., & Shulga, A. S. *2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency.*, 2022. pp. 858-861.
-

20. Nguyen, D. T., Roy, P., Beck, V. A., & Stolaroff, J. K. Proceedings of the 14th International Conference on Greenhouse Gas Control Technologies, Melbourne, Australia. 2018. pp. 21-25.
21. Cheng, Z., Li, X., Xu, R., & Jiang, P. International Communications in Heat and Mass Transfer. 2021. V. 129. p. 105713.
22. Attarzadeh R., Rovira M., Duwig C. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2021. V. 177. p. 121415.
23. Qureshi, Z. A., Al-Omari, S. A. B., Elnajjar, E., Al-Ketan, O., & Al-Rub, R. A. International Communications in Heat and Mass Transfer. 2021. V. 124. p. 105265.
24. Brakke K. A. Experimental mathematics. 1992. V. 1. №. 2. pp. 141-165.
25. Jones, A., Leary, M., Bateman, S., & Easton, M. Software Impacts. 2021. V. 10. p. 100167.
26. Maskery, I., Parry, L. A., Padrão, D., Hague, R. J. M., & Ashcroft, I. A. Additive Manufacturing. 2022. V. 49. p. 102510.
27. Bragin D.M., Eremin A.V., Popov A.I., SHul'ga A.S., Vestnik IGEU . 2023. ВЫП. 2, p. 6168
28. Eremin A. V., Zinina S. A., Dzhonson O. O. Vestnik YUgorskogo gosudarstvennogo universiteta. 2023. №. 1 (68). pp. 60-66.
29. Abueidda, D. W., Dalaq, A. S., Al-Rub, R. K. A., & Younes, H. A.. International Journal of Mechanical Sciences. 2015. V. 92. pp. 80-89.
30. Luo, J. W., Chen, L., Min, T., Shan, F., Kang, Q., & Tao, W. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2020. V. 146. p. 118837.