

## Нелинейная регрессионная модель функционирования горно-металлургической компании

С.И. Носков<sup>1</sup>, М.В. Афонин<sup>1</sup>, Ю.А. Бычков<sup>1</sup>, А.П. Медведев<sup>1</sup>, В.Д. Торопов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск

<sup>2</sup>Байкальский государственный университет, г. Иркутск

**Аннотация:** В работе описана многофакторная нелинейная регрессионная модель динамики выручки горно-металлургической компании «Северсталь», построенная на основе ретроспективной информации за 2009 – 2021 гг. В качестве независимых переменных использованы объемы выпуска продукции по видам: горячекатаный и холоднокатаный лист, оцинкованный лист и лист с другим металлическим покрытием, сортовой прокат, трубы большого диаметра, прочие трубные изделия и профили. В качестве критериев адекватности модели были задействованы критерии множественной детерминации и Фишера, а также средняя абсолютная ошибка аппроксимации. С целью выбора лучшей регрессионной зависимости был проведен конкурс моделей. В результате построена модель, содержащая в правой части обратные преобразования двух независимых переменных.

**Ключевые слова:** регрессионная модель, метод наименьших квадратов, критерии адекватности, горно-металлургическая компания, выручка, конкурс моделей.

Разработкам математических моделей различного типа, в том числе регрессионных, для крупных предприятий сталелитейного профиля в мире уделяется значительное внимание. Так, в работе [1] предложен подход, основанный на нечетком методе BWM и системе нечеткого вывода FIS для оценки эффективности иранского сталелитейного комплекса с точки зрения концепции устойчивости. Было предложено, чтобы отрасль сосредоточила внимание на критериях как с высокими весами, так и с низкими оценочными баллами (например, технологии управления окружающей средой и критерий знаний), чтобы повысить оценку своей эффективности. В [2] рассматривается глобальная проблема планирования, которая объединяет решения по производству, хранению и транспортировке в горнодобывающей отрасли. Логистическая и производственная системы представляет собой мощную многообъектную, многоуровневую и многопродуктовую сеть, в которой продукция производится, хранится и транспортируется с ограничениями по временным окнам по одной железной дороге до конечных запасов. Для

---

решения этой проблемы предлагается интегрированная математическая модель и три эвристические процедуры: «релаксация и фиксация», «сверху вниз» и «снизу вверх». Вычислительные эксперименты показывают, что эвристика релаксации и фиксации позволяет получать качественные решения независимо от рассматриваемого случая. Подходы «сверху вниз» и «снизу вверх» раскрывают некоторые противоречивые управленческие идеи, связанные с компромиссами и взаимодействиями подсистем. Демонстрируется сильное влияние железнодорожных перевозок на решение глобальной проблемы. Статья [3] посвящена разработке модели, которая позволяла бы одновременно представлять взаимодействие нескольких игроков рынка, эндогенно определять объемы производства и цены на сталь, а также анализировать инвестиции в технологию улавливания и хранения углерода. В исследовании [4] рассматривается пример динамической задачи определения размера партии нескольких изделий, обычно встречающейся на сталепрокатных станах. Благодаря включению различных технологических ограничений, связанных с производственным процессом, интегрированная проблема производства и формирования запасов формулируется как смешанная целочисленная билинейная задача.

В работе [5] предложены три стратегии оптимизации металлургических заводов и проведено сравнение их влияния на энергосбережение и экономию затрат в металлургической промышленности Китая. Эти стратегии включают: полную передачу процесса коксования на аутсорсинг, снижение соотношения железа/стали и замену доменной печи/конвертерной печи (доменная печь/кислородная печь) на электродуговая печь. Исследование было выполнено путем построения модели системной динамики, которая включала подсистемы затрат, энергопотребления и производства. В статье [6] представлена математическая модель для расчета устойчивого развития черной металлургии в Китае. В [7] представлена математическая модель,

---

основанная на идее «точно в срок» для решения машинных конфликтов при планировании производства и непрерывной разливки стали в среде компьютерно-интегрированной производственной системы CIMS. Разработана нелинейная модель, основанная на реальных производственных ситуациях с учетом как пунктуальности поставок, так и непрерывности производственных операций. Затем она преобразуется в модель линейного программирования, которую можно решить с помощью стандартных пакетов программного обеспечения. Приведен пример, демонстрирующий применение предложенного метода. Работа [8] посвящена долгосрочному прогнозированию потоков энергии в сталелитейной промышленности с использованием детального вычислительного метода, который учитывает семантику, обусловленную промышленными процессами, и гранулирует на этой основе исходные данные. В математической модели при прогнозировании используется метод нечеткой кластеризации С-средних.

В работе [9] проводится анализ энергосберегающих технологий для металлургического производства. В статье [10] предложена основанная на экспертной информации концептуальная модель предметной области при анализе эксплуатационной надежности технических систем.

Настоящая работа посвящена разработке математической модели регрессионного типа для горно-металлургической компании «Северсталь». Одним из основных показателей ее функционирования следует считать выручку. На ее объем оказывают влияние, в частности, факторы, входящие в состав номенклатуры производимой продукции.

Введем в рассмотрение следующие обозначения (объемы выпуска продукции по видам):

$y$  – выручка, млн. долл.,

$x_1$  – горячекатаный лист, тыс. т.,

$x_2$  – холоднокатаный лист, тыс. т.,

$x_3$  – оцинкованный лист и лист с другим металлическим покрытием, тыс. т.,

$x_4$  – сортовой прокат, тыс. т.,

$x_5$  – трубы большого диаметра, тыс. т.,

$x_6$  – прочие трубные изделия, профили, тыс. т.

Введем некоторые необходимые пояснения относительно смысла некоторых независимых переменных. Горячекатаный лист представляет собой пластину из металла, выполненную по методу горячей прокатки, холоднокатаный, соответственно, холодной. Трубы большого диаметра — трубы с наружным диаметром от 530 мм. Главным образом они используются при строительстве магистральных нефтепроводов и газопроводов, а также водоканалов, тепловых сетей, канализационных сооружений.

Будем строить нелинейную регрессионную модель вида:

$$y_k = F(a; x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{km}) + \varepsilon_k, k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где  $y$  – зависимая переменная (в нашем случае выручка),  $x_i, i = \overline{1, m}$  – независимые переменные (часть номенклатуры выпускаемой продукции),  $a_i, i = \overline{1, m}$  – подлежащие вычислению параметры,  $\varepsilon_k, k = \overline{1, n}$  – ошибки аппроксимации,  $F$  – аппроксимирующая функция,  $n$  – количество наблюдений.

При построении зависимости (1) будем проводить конкурс моделей [11], состоящий в построении множества ее альтернативных вариантов (путем перебора способов задания вида функции  $F$  и состава независимых переменных) и последующем выборе лучшего из них, руководствуясь системой критериев адекватности.

В качестве информационной базы исследования примем официальную статистику компании за 2009 – 2021 гг., размещенную на ее сайте severstal.com.

Приведем используемые при проведении конкурса моделей критерии адекватности модели (1):

R – критерий множественной детерминации;

F – критерий Фишера;

E – средняя абсолютная ошибка аппроксимации:

$$E = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k^2 / \sum_{k=1}^n y_k^2.$$

Всего в рамках конкурса моделей с использованием специализированной программы [12] было построено несколько сотен вариантов модели, оценивание параметров которых произведено с помощью метода наименьших квадратов. Это, в частности:

$$y_k =$$

$$12412.9 + 0.34x_{k1} - 1.27x_{k2} + 2.61x_{k3} - 3.48x_{k4} + 7.58x_{k5} - 6.16x_{k6} + \varepsilon_k, k = \overline{1,13},$$

(2)

$$R=0.87, F=6.5, E=0.1,$$

$$y_k = 3306 + 0.83x_{k1} - 0.02x_{k2} + 2.33x_{k3} - 3.08x_{k4} + 8.11x_{k5} + \varepsilon_k,$$

$$k = \overline{1,13}, \quad (3)$$

$$R=0.86, F=8.39, E=0.12,$$

$$y_k = 14369 - 1.44x_{k2} + 3.05x_{k3} - 3.74x_{k4} + 7.89x_{k5} - 6.77x_{k6} + \varepsilon_k,$$

$$k = \overline{1,13}, \quad (4)$$

$$R=0.866, F=9.11, E=0.11,$$

$$y_k = 10632.2 - 139x_{k1}/x_{k2} + 2.82x_{k3} - 3.62x_{k4} + 6.60x_{k5} - 3.08x_{k6} + \varepsilon_k, k = \overline{1,13},$$

(5)

$$R=0.86, F=8.58, E=0.117,$$
$$y_k = 8444.95 + 3.75x_{k3} + 1.14x_{k5} - 4.32x_{k6} + \varepsilon_k,$$
$$k = \overline{1,13},$$

(6)

$$R=0.81, F=13.1, E=0.21,$$
$$y_k = 8200.96 + 1.40x_{k1} + 0.96x_{k2} + 1.44x_{k3} - 1165 \ln(x_{k4}) + \varepsilon_k,$$
$$k = \overline{1,13},$$

(7)

$$R=0.83, F=9.88, E=0.14,$$
$$y_k = -766 + 2.09x_{k1} + 1.3x_{k2} - 1.2x_{k4} + \varepsilon_k,$$
$$k = \overline{1,13},$$

(8)

$$R=0.82, F=14.3, E=2.3.$$

Варианты (2) – (8), очевидно, не являются приемлемыми вследствие того, что содержат в своих правых частях некоторые отрицательные коэффициенты, что противоречит смыслу независимых переменных. По этой причине было исключено из дальнейшего рассмотрения большинство построенных вариантов. Значительная их часть была исключена из-за низких значений критериев адекватности. Из оставшихся допустимых вариантов был выделен лучший, обладающий максимальным значением критерия Фишера:

$$y_k = 5984.5 + 1.78x_{k1} - 2.31 * 10^6 / x_{k3} - 7.09 * 10^5 / x_{k5} + \varepsilon_k,$$
$$k = \overline{1,13},$$

(9)

$$R=0.85, F=17.1, E=0.09.$$

На рис. 1 представлен график расчетных (т.е. вычисленных по модели (9)) и фактических значений зависимой переменной (выручки компании).

Он, а также значения критериев адекватности, указывают на то, что модель (9) достаточно точно отражает динамику зависимой переменной и может эффективно использоваться для решения различных задач, связанных, в частности, с прогнозированием.

Рассчитаем уровни значимости  $\delta(x_1)$ ,  $\delta(x_3)$ ,  $\delta(x_5)$ , факторов, входящих в модель (9), в соответствии с методикой, описанной в [13]:

$$\delta(x_1) = 66.4\%,$$

$$\delta(x_3) = 17.6\%$$

$$\delta(x_5) = 16\%.$$

Это означает, что динамика переменной  $y$  в наибольшей степени определяется влиянием фактора  $x_1$ , значимость факторов  $x_3$  и  $x_5$  почти в четыре раза меньше.



Рис.1 Расчетные и фактических значения зависимой переменной

Он, а также значения критериев адекватности, указывают на то, что модель (9) достаточно точно отражает динамику зависимой переменной и



может эффективно использоваться для решения различных задач, связанных, в частности, с прогнозированием.

### Литература

1. Mehdi P., Navid H. An integrated approach for performance evaluation of mining industry: a case study of Iranian Steel Complex // *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, 2020, Vol. 36, P. 5-28.
2. Rakiz A., Absi N., Fenies P. Comparing approaches for a multi-level planning problem in a mining industry // *International Journal of Production Economics*, 2023, № 265. URL: [sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0925527323002311](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0925527323002311)
3. Riccardi R., Bonenti F., Allevi E., Avanzi C., Gnudi A. The steel industry: A mathematical model under environmental regulations // *European Journal of Operational Research*, 2015, № 242, pp. 1017-1027.
4. As'ad R., Demirli K. A bilinear programming model and a modified branch-and-bound algorithm for production planning in steel rolling mills with substitutable demand // *International Journal of Production Research*. 2011, № 49, pp. 3731-3749.
5. Rui Hu, Chao Zhang. Discussion on energy conservation strategies for steel industry: Based on a Chinese firm // *Journal of Cleaner Production* 2017, № 166, pp. 66-80.
6. Qiujun S., Qun Z. Evaluation on sustainable development of China's iron and steel industry // *2008 International Symposiums on Information Processing*, 2008, pp. 700-704.
7. Tang L. A mathematical programming model for scheduling steelmaking-continuous casting production // *European Journal of Operational Research*, 2000, № 120, pp. 423-435.



8. Jun Zhao, Zhongyang Han, Witold Pedrycz. Granular Model of Long-Term Prediction for Energy System in Steel Industry // IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, № 46, pp. 388-400.
9. Чистякова В.Д., Парамонова О.Н. Анализ энергетического потенциала территории для предприятия металлургической отрасли промышленности // Инженерный вестник Дона, 2023, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8122](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8122)
10. Основина О.Н., Соловьев А.Ю., Жуков П.И. Моделирование предметной области для поддержки эксплуатации технических систем // Инженерный вестник Дона, 2019, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2019/5823](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2019/5823)
11. Носков С. И. Реализация конкурса регрессионных моделей с применением критерия согласованности поведения // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии, 2021, № 2, С. 153-160.
12. Пашков, Д. В., Носков С. И. Реализация конкурса регрессионных моделей эффективности интеллектуальной деятельности // Научные труды КубГТУ, 2022, № 6, С. 40-51.
13. Носков С.И. Сравнительная оценка значимости предикторов при использовании различных методов идентификации параметров регрессионной модели // Известия Тульского государственного университета. Технические науки, 2021, № 9, С. 228-230.

## References

1. Mehdi P., Navid H. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, 2020, Vol, 36. pp 5-28.
-



2. Rakiz A., Absi N., Fenies P. International Journal of Production Economics, 2023, № 265. URL: [sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0925527323002311](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0925527323002311)
3. Riccardi R., Bonenti F., Allevi E., Avanzi C., Gnudi A. European Journal of Operational Research, 2015, № 242, pp. 1017-1027.
4. As'ad R., Demirli K. International Journal of Production Research, 2011, № 49, pp. 3731-3749.
5. Rui Hu, Chao Zhang. Journal of Cleaner Production, 2017, № 166, pp. 66-80.
6. QiuJun S., Qun Z. 2008 International Symposiums on Information Processing. 2008, pp. 700-704.
7. Tang L. European Journal of Operational Research, 2000, № 120, pp. 423-435.
8. Jun Zhao, Zhongyang Han, Witold Pedrycz. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, № 46, pp. 388-400.
9. Chistyakova V.D., Paramonova O.N., Inzhenernyj vestnik Dona, 2023, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8122](https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8122)
10. Osnovina O.N., Solov`ev A.Yu. Zhukov P.I., Inzhenernyj vestnik Dona, 2019. №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2019/5823](https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2019/5823)
11. Noskov S. I., Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Sistemny`j analiz i informacionny`e texnologii, 2021, № 2, pp. 153-160.
12. Pashkov, D. V., Noskov S. I., Nauchny`e trudy` KubGTU, 2022, № 6, pp. 40-51.
13. Noskov S.I., Izvestiya Tul`skogo gosudarstvennogo universiteta. Texnicheskie nauki, 2021, № 9, pp. 228-230.

**Дата поступления: 20.02.2024**

**Дата публикации: 31.03.2024**