Методы многокритериальной оптимизации транспортной задачи

А.В.Нуркаева

Финансовый Университет при правительстве Российской Федерации, Москва

Аннотация: Статья посвящена разработке решения многокритериальной транспортной задачи. В качестве критериев брались минимальные стоимость перевозок, время перевозок, накладные расходы и максимальный объем перевозок. Классические методы решения задач многокритериальной оптимизации модифицированы и приспособлены под особенности транспортной задачи. В среде Visual Studio на языке программирования C# составлен программный комплекс, позволяющий решать задачу многокритериальной транспортной задачи одним из методов: линейной свертки, главного критерия, уступок или методом гарантированного результата, и сравнивать полученные результаты.

Ключевые слова: четырехкритериальная транспортная задача, метод потенциалов, начальная симплексная таблица, метод главного критерия, метод уступок, лямбда-задача, метод линейной свертки, транспортные перевозки, программная реализация, мультипликативная свертка, метод гарантированного результата

Введение

Развитию транспортных перевозок уделяется много внимания: расширяются транспортные сети, максимизируется их пропускная способность, модернизируются дороги, появляются новые виды транспорта и транспортных средств, автоматизируются процессы погрузки-разгрузки товаров, совершенствуется логистика транспортных перевозок.

Для заказчиков транспортных услуг необходимы решения транспортных задач для осуществления перевозок с минимальными издержками и с большим экономическим эффектом.

К настоящему времени достаточно полно исследована однокритериальная транспортная задача, рассмотрены различные ее постановки, комбинации с другими задачами производства и хранения продукции, найдено и обосновано достаточно методов ее решения, на основе которых разработаны компьютерные приложения решения классических транспортных задач. Для многокритериальных задач описаны лишь направления решения, например, с использованием методов Парето.

© Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона», 2007–2018

Многокритериальная транспортная задача рассмотрена в работах А.В. Золотарюка [1], который, проанализировав процессы транспортных перевозок и факторы, снижающие их эффективность, сформулировал математическую постановку транспортной многокритериальной оптимизационной задачи, и рассмотрел пути ее решения на основе парето-оптимальных методов и с помощью интеллектуального нейросетевого прогнозирования. Также двухкритериальная транспортная задача рассмотрена О.В. Серой [3]. Она разработала итерационный алгоритм и доказала, что полученное решение парето-оптимально. Ю.А. Осыкина и Г.Д. Чернышова [2] рассмотрели многокритериальную транспортную задачу с разрывными функциями и целочисленными переменными.

В данной статье для четырехкритериальной транспортной задачи, сформулированной А.В. Золотарюком, разработан алгоритм решения, который положен в основу работы программного комплекса. Известные стандартные методы решения многокритериальных задач приспособлены к решению транспортной многокритериальной задачи.

Математическая модель четырехкритериальной транспортной модели

Сформулируем математическую постановку задачи многокритериальной оптимизации транспортных перевозок с учетом одного цикла.

Найти оптимальные параметры транспортной сети

$$G_{k+1}^{*} = \| g_{0j}^{*}, g_{1j}^{*}, \ldots, g_{ij}^{*}, \ldots, g_{kj}^{*} \|^{T}; i = \overline{0,k}; j = \overline{1,M_j};$$

исходя из условий:

- минимума времени нахождения в пути из исходного в конечный пункт назначения $T_{пут}$:

$$\min T_{пут} = \min \sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} t_{ij} \cdot g_{ij}$$

- минимума общей себестоимости перевозки единицы груза $C_{ед}$:

$$\min C_{ед} = \min \sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} c_{ij} \cdot g_{ij}$$

- максимума общего количества перемещенных грузов $V_{тр}$:

$$\max V_{тр} = \max \sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} v_{ij} \cdot g_{ij}$$

- минимума общих накладных расходов при доставке груза $R_{об}$:

$$\min R_{об} = \min \sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} r_{ij} \cdot g_{ij} \ .$$

Решение многокритериальной транспортной задачи

Нормируем полученные критерии: $\tau = \dfrac{T_{пут}}{T_{пут}^{\max}} = \dfrac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} t_{ij} \cdot g_{ij}}{T_{пут}^{\max}}$,

$$\sigma = \frac{C_{ед}}{C_{ед}^{\max}} = \frac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} c_{ij} \cdot g_{ij}}{C_{ед}^{\max}}, \ \upsilon = \frac{V_{тр}}{V_{тр}^{\max}} = \frac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} v_{ij} \cdot g_{ij}}{V_{тр}^{\max}}, \ \rho = \frac{R_{об}}{R_{об}^{\max}} = \frac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} r_{ij} \cdot g_{ij}}{R_{об}^{\max}}.$$

Рассмотрим применение метода гарантированного результата, который предполагает максимизацию следующей функции

$$f = \min \left\{ \frac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} t_{ij} \cdot g_{ij}}{T_{пут}^{\max}}, \frac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} c_{ij} \cdot g_{ij}}{C_{ед}^{\max}}, \frac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} v_{ij} \cdot g_{ij}}{V_{тр}^{\max}}, \frac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} r_{ij} \cdot g_{ij}}{R_{об}^{\max}} \right\} \to \max .$$

Введя обозначение $\lambda = \min \left\{ \dfrac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} t_{ij} \cdot g_{ij}}{T_{пут}^{\max}}, \dfrac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} c_{ij} \cdot g_{ij}}{C_{ед}^{\max}}, -\dfrac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} v_{ij} \cdot g_{ij}}{V_{тр}^{\max}}, \dfrac{\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=1}^{M_i} r_{ij} \cdot g_{ij}}{R_{об}^{\max}} \right\}$ получим задачу линейного программирования

$$f = \lambda \to \min$$

при ограничениях

© Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона», 2007–2018

$$\begin{cases} \lambda \geq \tau, \\ \lambda \geq \sigma, \\ 1-\lambda \leq \upsilon, \\ \lambda \geq \rho, \end{cases}$$

$\lambda \in [0;1]$.

Другими словами, нам нужно найти минимальное λ, при котором существует допустимый план решения задачи. Поиск можно осуществлять разными способами. Во-первых, решением λ-задачи. Но програмно этот способ реализовать достаточно сложно. Во-вторых, перебирая значения с заданным шагом с 1 до 0, допустим, с шагом 0.01 (так как содержательный смысл - процент, то с точностью до 1 процента). В этом случае задача решается за 101 шаг, а в общем случае, за (1/точность+1) шаг. Но на наш взгляд наиболее эффективно вести перебор методом дихотомии по нижеизложенной схеме. Заметим, что при $\lambda = 1$ ограничения принимают вид

$$1 \geq \tau, 1 \geq \sigma, 0 \leq \upsilon, 1 \geq \rho .$$

Но так как нормализованные критерии точно имеют положительные значения, меньшие единицы, то задача имеет допустимое решение. А вот при $\lambda = 0$ ограничения с учетом положительности и нормализации принимают вид

$$0 = \tau, 0 = \sigma, 1 = \upsilon, 0 = \rho.$$

и здесь возможны две ситуации:

1) если допустимое решение существует, то оно является идеальным, так как оно минимизирует те критерии, которые нужно минимизировать и максимизирует те критерии, которые нужно максимизировать. Также напомним, что этот случай на практике встречается крайне редко. Как бы там ни было, допустимое решение в данном случае решение оптимально. Задача решена.

2) Если допустимое решение не существует, то применим метод дихотомии. А именно, обозначим $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 1$. Требуемую точность обозначим за ε. Пока $|\lambda_2 - \lambda_1| \geq \varepsilon = 0$ находим $\lambda_0 = \frac{\lambda_2 + \lambda_1}{2}$.

Если при λ_0 допустимое решение задачи есть, то и продолжаем искать минимальное λ, при котором существует допустимое решение среди меньших его значений, то есть на отрезке $\lambda \in [\lambda_1; \lambda_0]$. Если же при λ_0 допустимого решения не существует, то и продолжаем искать минимальное λ, при котором существует допустимое решение среди больших его значений, то есть на отрезке $\lambda \in [\lambda_0; \lambda_2]$.

Количество переборов при использовании данного метода дихотомии - $\log\frac{1}{\varepsilon}+1$. В случае, если точность равна 1 процент, количество переборов снижается со 101 в случае простого перебора до 8.

Программный комплекс

Создано программное приложение для решения многокритериальной транспортной задачи, описанной в [1], в инструментальной среде Visual Studio Professional 2015. Приложение позволяет воспользоваться одним из четырех методов: методом уступок, линейной свертки, методом главного критерия и гарантированного результата. Метод линейной свертки и первый этап метода уступок позволяют применить метод потенциалов. Остальные этапы метода уступок и метод главного критерия используют обычный симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Причем для построения первоначального базисного плана используется построение искусственного базиса. Метод гарантированного результата применяет симплекс-метод только для построения первоначального опорного плана, так как ищет минимальное значение параметра, при котором в принципе решение возможно.

Литература

1. Золотарюк А.В. Математическая модель многокритериальной оптимизации транспортных перевозок. // Инновационные технологии в науке и образовании. 2015. № 1(1). С. 317-320.

2. Осокина Ю.А, Чернышова Г.Д. Многокритериальная транспортная задача с разрывной целевой функцией. // Вестник, серия: системный анализ и информационные технологии. 2008. № 2. С.: 10-12.

3 Серая О.В. Двухкритериальная транспортная задача // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». НТУ «ХПІ», 2009. №4. – С. 64-68.

4. Боженюк А.В., Герасименко Е.М. Разработка алгоритма нахождения максимального потока минимальной стоимости в нечеткой динамической транспортной сети // Инженерный вестник Дона. 2013, №1. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1583.

5. Нечитайло Н.М., Мартемьянов С.В., Панасов В.Л. Транспортная задача по критерию минимума суммарного времени и модификация метода Балинского для её решения // Инженерный вестник Дона. 2016, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3796.

6. Dawes R. The robust beauty of improper linear models in decision-making. /In: « Judgement under uncertainty: Heuristics and biases». Cambridge Univ., Press, 1982. - pp. 571-582.

7. McGrimmon K. An overview of multiple objective decision making. /in Multiple criteria, decision-making. Cohrane I., Zeleny M. (Eds). Columbia Univ: South Carolina Press, 1973. pp: 656-667.

8. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. 256 с.

9. Константинова М.А. К вопросу многокритериальной задачи в транспортной логистике // Научное сообщество студентов XXI столетия.

© Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона», 2007–2018

Технические науки: сб. ст. по мат. XVIII междунар. студ. науч.-практ. конф. № 3(18). URL: sibac.info/archive/technic/3(18).pdf (дата обращения: 05.05.2017)

10. Емельянов С.В., Ларичев О.И. Многокритериальные методы принятия решений. М.: Знание, 1985. 32 с.

References

1. Zolotaryuk A.V. Innovatsionnye tekhnologii v nauke i obrazovanii. 2015. № 1(1). pp. 317-320.

2. Osokina Yu.A, Chernyshova G.D. Vestnik, seriya: sistemnyy analiz i informatsionnye tekhnologii. 2008. № 2. pp: 10-12.

3 Seraya O.V. Vestnik Natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta «Khar'kovskiy politekhnicheskiy institut». NTU «KhPI», 2009. №4. pp: 64-68.

4. Bozhenyuk A.V., Gerasimenko E.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №1. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/1583.

5. Nechitaylo N.M., Martem'yanov S.V., Panasov V.L. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2016, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3796.

6. Dawes R. The robust beauty of improper linear models in decision-making. In: «Judgement under uncertainty: Heuristics and biases». Cambridge Univ., Press, 1982. pp: 571-582.

7. McGrimmon K. An overview of multiple objective decision making./In Multiple criteria decision making. Cohrane I., Zeleny M. (Eds). Columbia Univ: South Carolina Press, 1973. pp: 656-667.

8. Podinovskiy V.V., Nogin V.D. Pareto-optimal'nye resheniya mnogokriterial'nykh zadach. [Pareto optimal decision of multicriterial problems] M.: Nauka, 1982. 256 p.

9. Konstantinova M.A. Nauchnoe soobshchestvo studentov XXI stoletiya. Tekhnicheskie Nauki: sb. st. po mat. XVIII mezhdunar. stud. nauch.-prakt. konf.

© Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона», 2007–2018

№ 3(18). URL: sibac.info/archive/technic/3 (18).pdf (data obrashcheniya: 05.05.2017).

10. Emel'yanov S.V., Larichev O.I. Mnogokriterial'nye metody prinyatiya resheniy. [Multicriterial methods of decision maker]. M.: Znanie, 1985. 32 p.

© Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона», 2007–2018