

К вопросу взаимобратного соответствия параметров цифрового регулятора и коэффициентов его передаточной функции

Н.А. Целигоров¹, А.В. Жуков²

¹Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

²Институт водного транспорта имени Г.Я. Седова, филиал Государственного морского университета имени адмирала Ф.Ф. Ушакова, Ростов-на-Дону

Аннотация: В работе рассмотрены виды и классификация промышленных пропорционально-интегрально-дифференциальных (ПИД) регуляторов по различным типам и группам. Выделена группа линейных регуляторов, в которую входят ПИД-регуляторы, они наиболее широко используются в различных технических устройствах. Приведены некоторые известные программные комплексы, обеспечивающие расчеты ПИД-регуляторов. Показан переход от математической записи трапецеидального разложения передаточной функции ПИД-регулятора, используемого в опции PID Tune среды Матлаб, к эквивалентной передаточной функции, представленной символьными коэффициентами полиномов числителя и знаменателя. Доказана теорема, показывающая однозначное соответствие между параметрами P, I, D регулятора и коэффициентами полученной передаточной функции. Приведены блок-схемы алгоритмов вычисления коэффициентов передаточной функции (ПФ) по известным значениям параметров регулятора и вычисления коэффициентов передаточной функции по известным значениям параметров регулятора. Рассмотрен иллюстративный пример.

Ключевые слова: ПИД-регулятор, передаточная функция, блок-схема алгоритма, среда Матлаб.

Введение

I. Виды и классификация промышленных ПИД-регуляторов.

Все промышленные ПИД-регуляторы по принципу регулирования делятся на два типа [1]:

По принципу регулирования:

- электронные ПИД-регуляторы;
- пошаговые ПИД-регуляторы.

Электронные ПИД-регуляторы включаются в контур следующего оборудования: тигельных печей, экструдеров, термопластавтоматов, полиграфического, вакуум-формовочного, упаковочного и т.п. оборудования [2-4].

Пошаговые ПИД-регуляторы предназначены для работы в режиме регулирования температуры и поэтому используются в инкубаторах, в

сушильных камерах для древесины, при изготовлении кирпича и железобетонных конструкций, в хлебопекарной промышленности, в варочных и сушильных шкафах, в термо- и климатокамерах, а также обеспечивают управление многоступенчатыми температурно-влажностными режимами при производстве мясных и колбасных изделий.

Классифицировать промышленные регуляторы (контроллеры) можно также по следующим группам [5]:

1. По количеству каналов ввода-вывода:
 - Нано-контроллеры, имеющие менее 16 каналов ввода-вывода;
 - Мини-контроллеры имеют до 100 каналов ввода-вывода;
 - средние контроллеры имеют уже до 500 каналов;
 - большие, имеющие более чем 500 каналов ввода-вывода.
2. По расположению модулей ввода-вывода:
 - моноблочные, содержащие единый модуль ввода-вывода и контроллер;
 - модульные, помещенные в корпус со сменными модулями в зависимости от решаемой задачи;
 - распределительные, которые имеют разные корпуса и соединяются контроллером по сети.
3. По креплению корпуса контроллера:
 - настенные;
 - панельные;
 - монтажные;
 - стоечные;
 - бескаркасные.
4. По области применения:

- робототехника;
 - перемещение и позиционирование;
 - коммуникационные;
 - специализированные;
 - универсальные;
 - ПИД – ПЛК.
5. По языкам программирования:
- алгоритмические языки- Basic, C#, C++, C.
 - машинный язык программирования МЭК 61131-3.
6. По способу программирования контроллеров:
- программируемый с использованием его панели управления;
 - программируемый специальным программатором;
 - программируемый с помощью клавиатуры, мыши и дисплея;
 - программируемый с помощью переносного ПК.

Из общего многообразия линейных регуляторов ПИД-регуляторы входят в группу параметрически оптимизируемых (рис.1) [6].

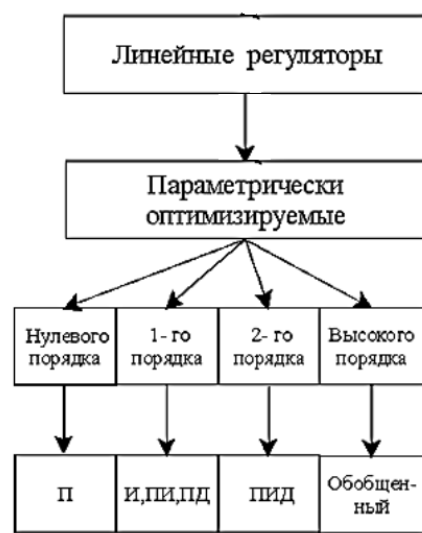


Рис. 1. Классификация параметрически оптимизируемых регуляторов

ПИД-регуляторы выбираются под определенный вид привода, в соответствии с которым необходимо согласовывать и исполнительное устройство (механизм). Выходное устройство регулятора должно быть согласовано с видом привода (см. табл.№1.).

Таблица №1.

Соответствие выходного устройство регулятора с видом привода

№ п/п	Вид привода	Исполнительный механизм	Тип выходного устройства	Выходное устройство регулятора
1.	Пневматические исполнительные приводы	Преобразователи и позиционные регуляторы электро-пневматические и гидравлические	ЦАП с выходом 0-5мА, 0-20мА, 4-20мА, 0-10В	Аналоговый выход
2.	Электрические приводы (с редуктором)	Контактные (реле) и бесконтактные (симисторные) пускатели	Транзистор, реле, симистор	Импульсный выход
	Нагревательные устройства и др. виды	Контактные (реле) и бесконтактные (симисторные) пускатели	Транзистор, реле, симистор	ШИМ выход

В зависимости от типа регулятора его реакция на единичное входное воздействие будет различным, что показано в табл.№ 2.

II. Программные комплексы, обеспечивающие расчеты ПИД-регуляторов, представлены в следующих работах [4,7].

В работе [7] приведено описание программного комплекса VisSim для исследования системы управления технологическими параметрами в процессе рекуперации бензина. При этом осуществлено моделирование двухконтурной каскадной Системы Автоматического Управления (САУ), в результате которого определяются оптимальные параметры ПИД-регулятора и находится соответствующее значение среднеквадратичного критерия качества.

Таблица №2.

Реакция регуляторов на единичное воздействие

№ п/п	Тип регулятора	Реакция на возмущающее воздействие	Реакция на изменение возмущающего воздействия	Примечание.
1.	П регулятор			Y_0 – рабочая точка; K_p – коэффиц. усиления
2.	ПИ регулятор			T_i – время интегрирования. Наличие интегральной составляющей исключает отклонение регулирования
3.	ПД регулятор			T_d – дифференциальная составляющая. Здесь пропорциональная составляющая накладывается на затухающую дифференциальную.
4.	ПИД регулятор			Здесь дифференциальная составляющая обеспечивает улучшения динамического качества регулирования.

В [4] приведено описание пакета Chemcad, используемого для моделирования динамики управления уровнем жидкости в кубе ректификационной колонны, что позволило определения настройки ПИД-контроллера, обеспечивающего оптимальное регулирование требуемого технологического процесса.

Широкое распространение получило использование ПИД-регулятора для управления подвижными объектами [8-10].

Постановка задачи.

Таким образом, в научной литературе имеется достаточно большое количество источников, описывающих возможности получения параметров ПИД-регулятора различными математическими методами [11,12], так и с помощью системы компьютерного моделирования Матлаб [8,10,13] и последующего перехода для вычисления его передаточной функции, но отсутствуют источники, демонстрирующие взаимобратный переход от коэффициентов передаточной функции регулятора к его параметрам, которые можно использовать для настройки существующих ПИД-регуляторов.

Решение задачи.

При использовании трапецеидального разложения передаточная функция (ПФ) ПИД-регулятора записывается следующим образом [14]

$$W(z) = P + IT_s \frac{1}{z-1} + D \frac{N}{1+N T_s / \frac{z+1}{2z-1}}, \quad (1)$$

где $N=1/T_f$.

После приведения (1) к общему знаменателю, получим ПФ регулятора в символьном виде:

$$W_P(z) = \frac{[(2T_f+T_s)P+0 \cdot I+2D]z^2 + [(-4T_f)P+(2T_fT_s+T_s^2)I-4D]z + [(2T_f-T_s)P+(-2T_fT_s+T_s^2)I+(2T_fT_s+T_s^2)I+D]}{(2T_f+T_s)z^2 - 4T_fz + (2T_f-T_s)}. \quad (2)$$

После проведения соответствующих преобразований (2) ПФ регулятора записывается следующим образом:

$$W_P(z) = \frac{[(T_f+T_s/2)P+0 \cdot I+D]z^2 + [(-2T_f)P+(T_fT_s+T_s^2/2)I-2D]z + [(T_f-T_s/2)P+(-T_fT_s+T_s^2/2)I+(T_fT_s+T_s^2/2)I+D]}{(T_f+T_s/2)z^2 - 2T_fz + (2T_f-T_s/2)}. \quad (3)$$

После проведения численных расчетов по формуле (1) Матлаб возвращает полученные значения коэффициентов числителя и знаменателя ПФ регулятора, которые в общем виде можно представить следующей формулой:

$$W_P(z) = \frac{a_2 z^2 + a_1 z + a_0}{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}. \quad (4)$$

Таким образом видно, что системой Матлаб осуществляется нахождение и выдача результатов поиска ПИД-регулятора с переходом от параметров в виде P, I, D (1) к коэффициентам ПФ (4) в виде численных значений.

Однако, встречаются случаи, когда требуется определить параметры ПИД регулятора P, I, D из выражения (4), т.е. решить обратную задачу. Для этого докажем теорему.

Теорема. Требуется решить обратную задачу т.е. показать возможность определения параметров ПИД-регулятора из известных значений коэффициентов полиномов числителя и знаменателя ПФ (4).

Доказательство начнем со сравнения коэффициентов знаменателей выражений (3) и (4), из которых можно определить значения $T_f = \frac{-b_1}{2}$, и $T_s = b_2 - b_0$.

Далее сопоставим коэффициенты полиномов числителей выражений (3) и (4), в результате чего получена следующая система линейных уравнений:

$$\begin{aligned} k_{11}P + k_{12}I + k_{13}D &= a_2; \\ k_{21}P + k_{22}I + k_{23}D &= a_1; \\ k_{31}P + k_{32}I + k_{33}D &= a_0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $k_{11} = T_f + T_s/2$; $k_{12} = 0$; $k_{13} = 1$; $k_{21} = -2T_f$; $k_{22} = T_f T_s + T_s^2/2$;

$$k_{23} = -2; k_{31} = T_f - T_s/2; k_{32} = -T_f T_s + T_s^2/2; k_{33} = 1.$$

Решение системы (5) можно осуществить, используя выражение $x = K_{ij}^{-1}a$.

В результате вычисления получим вектор $x_1 = P$; $x_2 = I$; $x_3 = D$;

Теорема доказана.

Таким образом, показана возможность получения параметров ПИД-регулятора по известным значениям коэффициентов получаемой ПФ, что особенно важно для проведения синтеза исследуемых объектов.

Для получения в численном виде параметров ПИД-регулятора была составлена программа, блок-схема алгоритма которой представлена на рис.2.

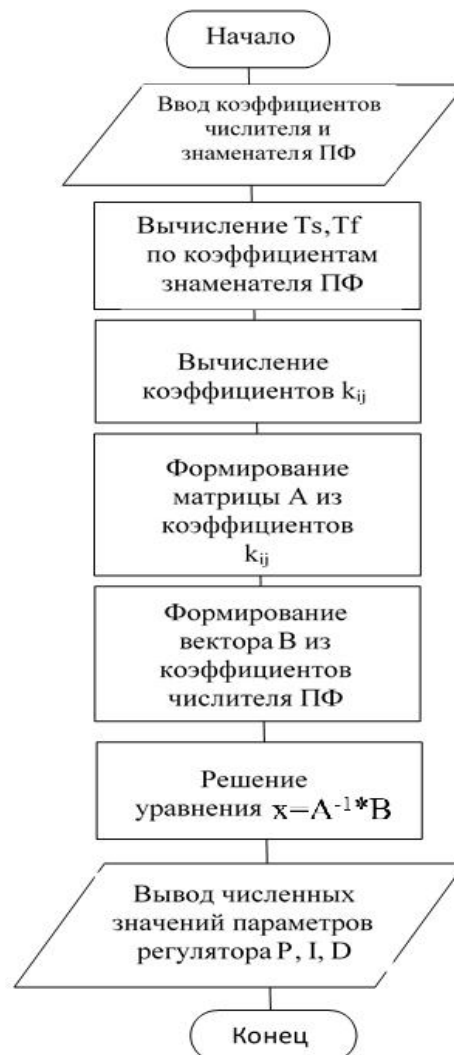


Рис.2. Блок-схема вычисления параметров регулятора P, I, D.

Для получения в численном виде коэффициентов ПФ регулятора была также составлена программа, блок- схема алгоритма которой представлена на рис.3.

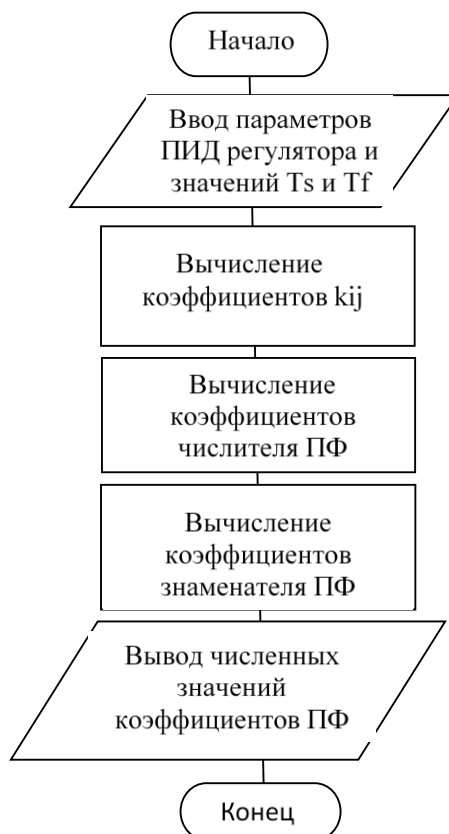


Рис.3. Блок схема алгоритма вычисления коэффициентов ПФ.

Иллюстративный пример.

Проведем проверку взаимного соответствия между параметрами ПИД-регулятора и коэффициентами передаточной функции регулятора. Исследование представленного материала проведем с использованием программ, составленным по блок-схемам 1 и 2.

Пример. Осуществим тестовую проверку полученных коэффициентов передаточной функции и соответствующих им параметров ПИД-регулятора, приведенные в работе [8]. Отличительной особенностью данного примера является нулевое значение T_f .

А) В качестве исходных данных введем значения параметров ПИД-регулятора, которые имеют следующие значения [3]:

$$P=2.454; I=0.33984; D=0.30815; T_f=0.0000; T_s=0.1$$

В результате расчета получены коэффициенты числителя передаточной функции регулятора, имеющие следующие численные значения:

$$az_2= 4.308500000000000e-01; az_1 = -6.146007999999999e-01; \\ az_0 = 1.871492000000000e-01.$$

В) Решим обратную задачу. В качестве исходных данных используем численные значения коэффициентов числителя передаточной функции регулятора, вычисленные в результате расчета:

$$az_2=0.43085; az_1=-0.6146008; az_0=0.187149.$$

В результате проведенного расчета по выводам теоремы были вычислены следующие значения параметров ПИД-регулятора:

$$P = 2.454001000000000e+00; I=3.398200000000102e-01; \\ D=3.081499500000000e-01.$$

Полученные в результате расчета численные значения параметров ПИД-регулятора и коэффициентов передаточной функции регулятора идентичны представленным в [3].

Заключение

Полученные в приведенных примерах результаты расчета значений параметров ПИД-регулятора и коэффициентов числителя передаточной функции регулятора совпали со значениями, которые были введены в качестве исходных данных, что подтверждает их взаимное соответствие и справедливость доказанной теоремы.

Литература

1. Донские измерительные системы. ПИД регуляторы. URL: disrostov.ru/pid-regulyatori.
2. Tseligorov N. A., Ozersky A. I., Chubukin A. V., Tseligorova E.N. Development of a Robust Scalar Control System for an Induction Squirrel-cage Motor Based on a Linearized Vector Model. WSEAS Transactions on Computers. vol. 21. 2022. pp. 1-9.
3. Tseligorov N.A., Chubukin A.V., Naser A.K., Olchovtov D.V. and Tseligorova E.N. Modeling of the tunnel kiln control system taking into account the features of the pid controller and fuzzy logic. Intelligent Information Technology and Mathematical Modeling 2021 (ИТММ 2021). 2131 (2021) 022022 IOP.
4. Абрамов К.В. Методика определения коэффициентов ПИД-контроллера при моделировании автоматизированных систем управления ректификационной колонной с применением пакета ChemCAD. Инженерный вестник Дона, 2011, №2. – URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2011/444.
5. Промышленный контроллер, подключение и программирование в Семях. URL: remontservo.ru/semey/pages/publications/article-161/promyshlennyj-kontroller-podkljuchenie-programmirovanie.
6. Алгоритмы и программное обеспечение микропроцессорных систем управления. URL: elib.spbstu.ru/dl/531/chapter4.html.
7. Семенова И.А., Медведева Л.И. Анализ структуры и состава системы управления технологическими параметрами в процессе рекуперации бензина. Инженерный вестник Дона, 2013, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2032.
8. Чертков А.А., Тормашов Д.С., Сабуров С.В. Параметрическая настройка ПИД регуляторов динамических систем средствами Matlab.

Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. 2014. № 5 (27). С. 164–171.

9. Герасименко А.Ю., Ждахин И.Л. Использование пакета Matlab для разработки ПИД-регулятора и изучения его работы в системе управления движением объекта. X научно методическая конференция «Новые образовательные технологии в ВУЗе» ФГАОУ ВПО УрФУ, Екатеринбург. 2013. С. 1-5.

10. Дыда А. А., Нгуен Ван Тхань, Оськин Д. А. Система управления курсом судна с компенсацией действия внешних возмущений на работу рулевой машины. Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. 2021. № 4. С. 34–42.

11. Коломыщев В.Г., Рустамханова Г.И. Модификация временного метода Зиглера – Никольса и оптимизация параметров ПИД -регуляторов средствами MATLAB. Фундаментальные исследования. 2016. № 11-3. С. 526-531.

12. Tseligorov N.A., Chubukin A. V., Zhukov A. V. Synthesis of a Robust Controller for a Small Turbojet Engine. WSEAS Transactions on International Journal of Applied Mathematics, Computational Science and Systems Engineering, vol. 4. 2022.pp. 87-92.

13. Каюков И.Ю. Расчет ПИ-регулятора в среде разработки MATLAB SIMULINK. Международный студенческий научный вестник. 2021. № 6. С. 1-8.

14. PID Controller ПИД-регулятор. Документация. URL: docs.exponenta.ru/simulink/slref/pidcontroller.html

References

1. Donskiye izmeritel'nyye sistemy. PID regulatory [Don measuring systems. PID controllers]. URL: dis-rostov.ru/pid-regulyatori.

2. Tseligorov N. A., Ozersky A. I., Chubukin A. V., Tseligorova E.N. Development of a Robust Scalar Control System for an Induction Squirrel-cage



- Motor Based on a Linearized Vector Model , WSEAS Transactions on Computers. vol. 21. 2022. pp. 1-9.
3. Tseligorov N.A., Chubukin A.V., Naser A.K., Olchovtov D.V. Tseligorova E.N. Modeling of the tunnel kiln control system taking into account the features of the pid controller and fuzzy logic. Intelligent Information Technology and Mathematical Modeling 2021 (IITMM 2021). 2131 (2021) 022022 IOP.
 4. Abramov K.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2011. №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2011/444.
 5. Promyshlennyy kontroller, podklyucheniye i programmirovaniye v Semeyakh [Industrial controller, connection and programming in Semey]. URL: remontservo.ru/semey/pages/publications/article-161/promyshlennyy-kontroller-podkljuchenie-programmirovanie.
 6. Algoritmy i programmnoye obespecheniye mikroprotssessornykh sistem upravleniya [Algorithms and software for microprocessor control systems]. URL: elib.spbstu.ru/dl/531/chapter4.html.
 7. Semenova I.A., Medvedeva L.I. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013. №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2032.
 8. Chertkov A.A., Tormashov D.S., Saburov S.V. Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova. 2014. № 5 (27). pp. 164–171.
 9. Gerasimenko A.YU., Zhdakhin I.L. X nauchno-metodicheskaya konferentsiya «Novyye obrazovatel'nyye tekhnologii v VUZe» FGAOU VPO UrFU. Yekaterinburg. 2013. pp. 1-5.
 10. Dyda A. A., Nguyen Van Tkhan', Os'kin D. A. Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Morskaya tekhnika i tekhnologiya. 2021. № 4. p. 34–42.
 11. Kolomytsev V.G., Rustamkhanova G.I. Fundamental'nyye issledovaniya. 2016. № 11-3. pp. 526-531.
-



12. Tseligorov N.A., Chubukin A. V., Zhukov A. V. Synthesis of a Robust Controller for a Small Turbojet Engine. WSEAS. vol. 4. 2022. pp. 87-92.
13. Kayukov I.YU. Mezhdunarodnyy studencheskiy nauchnyy vestnik. 2021. №6. pp.1-8.
14. PID Controller - PID-regulyator – Dokumentatsiya [PID Controller - PID Controller - Documentation]. URL: docs.exponenta.ru/simulink/slref/pidcontroller.html.