

Нелинейный метод обработки аналитического информационного вибросигнала

О.В. Опалихина

*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического
приборостроения*

Аннотация: В статье рассматривается нелинейный метод обработки аналитического информационного вибросигнала, позволяющий выделить спектральные составляющие концентраторов напряжений малой амплитуды на фоне шума. Метод основан на цифровой фильтрации и демодуляции исходного вибросигнала с помощью его нелинейного преобразования. Применение сглаживающего временного окна Хэмминга позволяет уменьшить переходную полосу нерекурсивного цифрового фильтра и исключить из информационной выборки паразитные составляющие. Предлагаемый нелинейный метод обработки аналитического информационного вибросигнала позволяет выделить спектральные составляющие поверхностных микротрещин и раковин наиболее ответственных элементов роторной системы и исследовать ее динамическую устойчивость.

Ключевые слова: нелинейное преобразование аналитического информационного вибросигнала, дискретное преобразование Фурье, окно Хэмминга, концентраторы напряжений, динамическая устойчивость роторной системы

Современное развитие высокотехнологичных наукоемких производств ориентировано на выпуск конкурентоспособных импортозамещающих изделий. В настоящее время наблюдается тенденция дальнейшего усложнения схемотехнических решений в сочетании с требованиями обеспечения надежности, минимальных массогабаритных показателей и стоимости проектируемых устройств. Вышеперечисленным требованиям удовлетворяют малогабаритные приводные роторные системы.

В статье рассматривается нелинейный метод обработки аналитического информационного вибросигнала и возможность его применения для оценки технического состояния наиболее ответственных элементов роторной системы и определения ее динамической устойчивости. Для проведения исследования используются следующие технические средства: датчик вибрации (чувствительность датчика $0.25 \text{ мВ/м}\cdot\text{сек}^{-2}$, резонансная частота 100 кГц), универсальная плата цифровой обработки информации (типа L-

780M), персональный компьютер (с процессором типа IntelCorei7/i5, материнской платой типа ASRockH61M-VG3). Массив данных обрабатывается блочным способом в пакете Wolfram Mathematica. В качестве объекта исследования выбрана малогабаритная роторная система, содержащая шаговый двигатель и планетарную передачу. Она может выполнять функцию привода различных технических объектов (видеокамеры, мехатронного модуля). Прототипом такой передачи могут быть модули серий RA, RB, IG.

Для описания математической модели развития микротрещины в зоне концентраторов напряжений используется кусочно-линейное уравнение:

$$EI_{x=xd} = EI_0(1 - q\delta(x - x_d)),$$

где x_d – координата опасного сечения с трещиной; $\delta(x - x_d)$ – дельта-функция Дирака, характеризующая щелевой концентратор; q – параметр трещины.

При отсутствии в месте локализации трещины предварительных сжимающих или растягивающих напряжений параметр трещины q равен:

$$q = \begin{cases} 0, & \frac{dy}{dx} > 0, \\ q_c, & \frac{dy}{dx} \leq 0 \end{cases}$$

где q_c – мера относительной величины трещины, $q_c = (1 - I_d/I_0)$; I_d и I_0 – моменты инерции дефектного и неповрежденного сечения.

Параметр q_c позволяет учитывать открытие и закрытие микротрещины в момент вращения ротора, при котором наблюдается изменение ее пространственного положения, характеризующееся функцией фазового угла φ_0 [1,2]. Преобразование Фурье дельта-функции Дирака выполняется с помощью команды Wolfram Mathematica `FourierTransform[DiracDelta,t,omega]`.

Используя фильтрующее свойство дельта функции, можно получить спектр гармонического сигнала $S(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ с амплитудой A :

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} A e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt = 2A\pi\delta(\omega_0 - \omega), \quad (1)$$

где ω_0 и φ_0 – частота и начальная фаза гармонического сигнала, записанного в комплексном виде $Ae^{j\omega_0 t}$.

Стремящуюся к бесконечности амплитуду узкополосного спектра дельта-функции ограничим умножением на весовую функцию временного окна Хэмминга [2-5]:

$$W_n = \begin{cases} \frac{25}{46} + \frac{21}{46} \cos \frac{\pi n}{N-1}, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \end{cases},$$

где n – ширина окна, определяемая числом временных отсчетов; N – число отсчетов.

Функциональное разложение окна Хэмминга может быть выполнено с помощью команды Wolfram Mathematica `FunctionExpand[HammingWindow[x]]` (рис. 1а):

$$\begin{cases} \frac{25}{46} + \frac{21}{46} \text{Cos}[2\pi x] - \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 \text{ True.} \end{cases}$$

В Wolfram Mathematica можно построить временное окно Хэмминга и при $x \geq 0$: `Plot[HammingWindow[(x-1)/2], {x, 0, 2}]` (рис. 1б,в). Форма косинусного окна Хэмминга не противоречит разложению исходного сигнала по ортогональному базису Фурье. Сглаживающее окно Хэмминга уменьшает переходную полосу нерекурсивного фильтра, используемого при обработке информационного сигнала [5,6,7].

Математическому описанию трещины соответствует аналитический узкополосный целевой сигнал, определяемый формулой (1). Комплексное представление информационного сигнала позволяет упростить его обработку при разложении в ряд Фурье и применении дискретного преобразования Фурье.

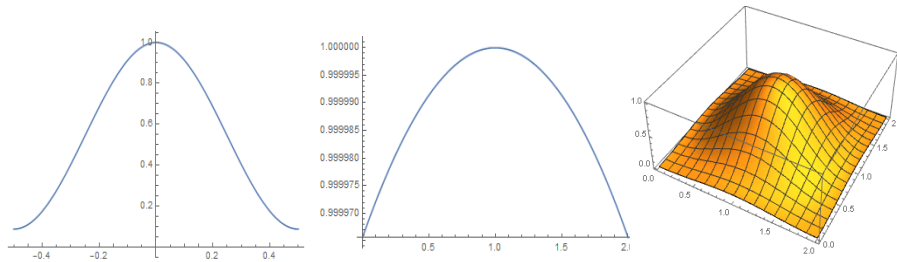


Рис. 1. – Временные окна Хэмминга: а) для функции HammingWindow[x], при $-1/2 \leq x \leq 1/2$; б) для функции HammingWindow[(x-1)/2], $0 \leq x \leq 2$; в) 3DHammingWindow[[x],[y]]

Предлагается нелинейный метод обработки аналитического информационного вибросигнала, содержащего комплексную огибающую. Данный метод позволяет исследовать модулированные сигналы, в которых может одновременно меняться амплитуда и начальная фаза. Комплексная огибающая несет информацию об амплитудной огибающей и начальной фазе сигнала одновременно, что позволяет исследовать концентраторы напряжений малой амплитуды.

В качестве модели концентратора напряжений локальной структуры в виде раковины выберем аппроксимирующую функцию:

$$B(\varphi) = \sum_{j=n}^m B_j (1 - \cos(j\varphi - j\varphi_{0j})), \quad (2)$$

где B_j – амплитуда составляющей от воздействия концентратора напряжения; φ_0 – начальная фаза, φ – фазовый угол, определяющий его пространственное положение, $\varphi = \omega t = 2\pi f t$; ω – угловая информационная частота проявления концентратора напряжения, рад/с; f – информационная частота, Гц; j – номер гармоники [2]. Математическое моделирование показало, что при $j > 17$ информационный сигнал от локальной структуры воспринимается как шум. Поэтому граница его распознавания – 17-я гармоника [3].

Глубина локальной структуры h_j рассчитывается по формуле:

$$h_j = B_j (1 - \cos \varphi_{\max}),$$

где φ_{\max} – угол, при котором функция $B(\varphi)$, описывающая локальную структуру, достигает максимума. Глубина локальной структуры на 17-й гармонике равна $h_j=0,722497722$ мк. Модель информационного сигнала от локальной структуры описывается усеченным рядом, который приближен к аппроксимирующей функции (2):

$$B(t) = \sum_{j=n}^m B_j (1 - \cos(j2\pi f_d t - j\varphi_{0j})), \quad (3)$$

где B_j – амплитуда информационной составляющей на данной гармонике; φ_0 – начальная фаза; f_d – информационная частота проявления локальной структуры, $f_d = \omega/2\pi$; j – номер гармоники.

Модель информационного сигнала, снимаемого с датчика вибрации:

$$S(t) = (1 + mB(t))A(t) + \varepsilon(t), \quad (4)$$

где m – глубина модуляции; $B(t)$ – составляющая сигнала от локальной структуры; $A(t)$ – гармонический сигнал; $\varepsilon(t)$ – внешний шум.

Информация о развивающихся локальных структурах находится в спектре огибающей $B(t)$, а о концентраторах напряжений, создающих условия их формирования, – в спектре высокочастотного накопителя $A(t)$. Результаты моделирования показали, что данная модель информационного сигнала применима при исследовании локальных раковин. Она не дает достоверных результатов при исследовании зарождающихся микротрещин глубиной $h_j < 0,722497722$ мк, а также условий их формирования, поскольку не учитывает изменения начальной фазы концентратора при вращении роторной системы.

Моделирование информационного вибросигнала осуществляется при помощи следующих команд Wolfram Mathematica (рис.2):

```
F=50;m=0.9;data=Table[N[(1+m)*(1-Cos[F*2*Pi*n/256])*  
(Cos[F*2*Pi*n/256]+0.5*Cos[2*F*2*Pi*n/256]+Cos[3*F*2*Pi*n/256])+  
(RandomReal[-1/2]),{n,256}];Abs[data];Abs[Fourier[data]];
```

ListLinePlot[Abs[data]];ListLinePlot[Abs[Fourier[data]],PlotRange->All].

На начальном этапе моделирования роль нерекурсивного фильтра выполняет дискретное преобразование Фурье. Нелинейное преобразование информационного вибросигнала выполняется командами Abs[data] и Abs[Fourier[data]]. Они эквивалентны математической операции $y = \sqrt{x_n^2} = abs(x_n)$. Нелинейное преобразование выполняет функцию квадратичного детектора, выделяющего огибающую. Составляющие первой временной выборки спектра огибающей, полученные на известных информационных частотах, сравниваются с фоновыми составляющими. Уровень фоновых составляющих известен заранее. Если амплитуды составляющих выборки не превышают уровень фона, то принимается решение об отсутствии концентраторов напряжений. Далее рассматривается последующая временная выборка. Амплитуды ее спектральных составляющих сравниваются с амплитудами предыдущей [2].

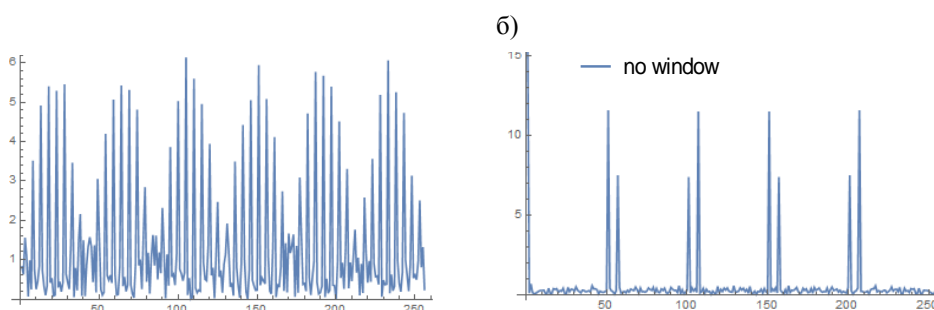


Рис. 2. – Временное представление информационного вибросигнала (а), спектр информационного вибросигнала без умножения на весовые коэффициенты окна Хэмминга (б)

При переходе к блочному способу обработки массива информационных данных используется нерекурсивный цифровой фильтр, при его проектировании применяется оконный метод. Разрешающая способность спектрального анализа составляет 128, 256, 512, 1024, 2048 полос. Нерекурсивный фильтр пропускает частоты в интервале Найквиста,

равном $-\pi \leq \omega_0 \leq \pi$ рад/с, $-0,5 \leq f_0 \leq 0,5$ Гц. Если число отсчетов в спектре сигнала $N=256$, а верхняя частота спектра $f_b=210$ Гц, то расстояние между спектральными линиями $\Delta S=f_b/N=0,82$ Гц. Эквивалентная ширина полосы окна Хэмминга, нормированного относительно частотного разрешения, равна 1,36. После применения окна Хэмминга, сводящего к минимуму искажения, связанные с наличием в спектре боковых лепестков и амплитудных ошибок, $\Delta S=1,1152$ Гц, что не окажет значительного влияния на разрешение информационного сигнала. Нижняя частота спектра $f_n=50$ Гц, $\Delta S \ll f_n$.

Цифровая фильтрация с использованием сглаживающих окон Хэмминга осуществляется при помощи следующих команд Wolfram Mathematica:

```
fir=FrequencySamplingFilterKernel[{1,1,1,0,0,0}];win=Array[HammingWindow,Length[fir],{-0.5,0.5}];Plot[Evaluate[Abs[ListFourierSequenceTransform[#,x]]&/@{fir, win fir}],{x,0,π}] (рис. 3а);
```

```
fir=FrequencySamplingFilterKernel[{0,0,0,1,1,1}];win=Array[HammingWindow,Length[fir],{-0.5,0.5}];Plot[Evaluate[Abs[ListFourierSequenceTransform[#,x]]&/@{fir, win fir}],{x,0,π}] (рис. 3б).
```

Результаты вычислений выводятся матрицами-строками:

```
{0.06941101076666979,-0.054031922221558226,-0.109419602161415,0.04737350528301844,0.3193942810605578,0.4545454545454546,0.3193942810605578,0.0473735052830184,-0.10941960216141,-0.054031922221558226,0.06941101076666979};{-0.06941101076666976, 0.05403192222155823, 0.10941960216141501,-0.047373505283018424,-0.3193942810605577, 0.5454545454545454,-0.3193942810605577,-0.047373505283018424,0.10941960216141501, 0.05403192222155823,-0.06941101076666976}.
```

Таким образом, используя блочный способ обработки массива данных, можно вычислить дискретное преобразование Фурье для списка отфильтрованных информационных параметров (рис. 4):

```
F=50; m=0.9; data=Table[N[(1+m)^(1-Cos[F*2 *Pi *n/256])*(Cos[F*2 *Pi *n/256]+0.5*Cos[2*F*2 *Pi *n/256]+Cos[3*F*2 *Pi *n/256])+
```



```
(RandomReal[{-1/2}], {n, 256}); Abs[data]; Abs[Fourier[data]];  
fir=FrequencySamplingFilterKernel[{1, 1, 1, 0, 0, 0}]; win=Array[HammingWindow,  
Length[fir], {-1/2, 1/2}]; ListLinePlot[Abs[data]]; ListLinePlot[Abs[Fourier[data]],  
PlotRange->All]; ListLinePlot/@{data, ListConvolve[fir, data, 6]};  
Plot[Evaluate[Abs[ListFourierSequenceTransform[#, n]]&/@{fir, win fir}],  
{n, 0, 256}]; Plot[Evaluate[Abs[ListFourierSequenceTransform[#, n]]&/@  
{data, fir, win fir}], {n, 0,  $\pi$ }].
```

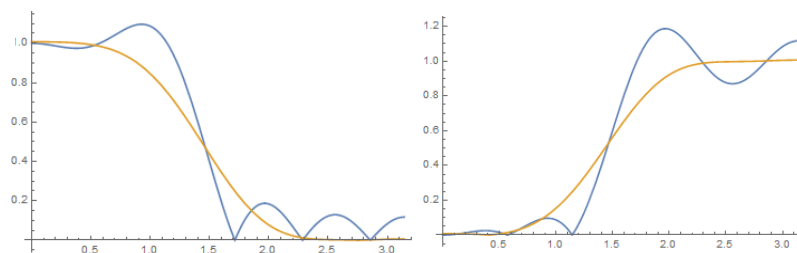


Рис. 3. – Цифровая фильтрация с использованием сглаживающих временных окон: а) ядро фильтра с частотной выборкой $[\{1, 1, 1, 0, 0, 0\}]$, б) ядро фильтра с частотной выборкой $[\{0, 0, 0, 1, 1, 1\}]$

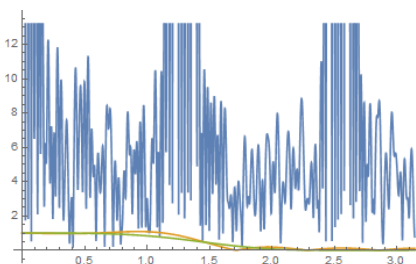


Рис. 4. – Вычисление дискретного преобразования Фурье для списка отфильтрованных информационных параметров

Результаты моделирования в пакете Wolfram Mathematica показали, что для описания модели информационного сигнала от зарождающейся микротрещины лучше применить формулу (1). В этом случае информацию о зарождающихся микротрещинах и условиях ее формирования будет содержать спектр аналитического сигнала. Поэтому предлагается в информационном модулированном сигнале (4) заменить действительную гармоническую составляющую накопителя комплексным гармоническим сигналом. Тогда, умножая последовательность импульсов

$B(t) = \sum_{j=n}^m B_j (1 - \cos(j2\pi f_d t - j\varphi_{0j}))$ на комплексный гармонический сигнал

$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \dot{C}_k e^{j\omega_k t}$, получим амплитудно-модулированный сигнал:

$$X(t) = (1 + mB(t))S(t) + \varepsilon(t), \quad (5)$$

где m – глубина модуляции; $B(t)$ – составляющая сигнала от концентратора напряжения; $S(t)$ – гармонический аналитический сигнал; $\varepsilon(t)$ – внешний шум.

Модулированный сигнал $X(t)$ содержит комплексную низкочастотную огибающую и высокочастотное несущее колебание гармонического сигнала $S(t)$ и модулирован последовательностью низкочастотных импульсов колоколообразной формы $B(t)$. Мы получили двойную модуляцию. Информация о зарождающихся микротрещинах содержится в комплексном сигнале. Для ее выделения используется фильтрующее свойство дельта-функции, используемое в формуле (1). При обработке аналитического сигнала, описываемого формулой (5), применяется фоновый метод [2]. При этом на информационных частотах микротрещин выделяется комплексный аналитический сигнал $S(t)$ и исследуется его комплексная огибающая, в которой содержится информация об изменении амплитуды и фазового положения микротрещины, информация о концентраторах напряжений, создающих условия формирования микротрещин, содержится в спектре накопителя этого сигнала. По мере роста трещины ее спектр смещается в низкочастотную частотную область, как и спектр локальной раковины. При исследовании локальных раковин применяется формула (4) и рассматривается действительный сигнал (низкочастотная огибающая $B(t)$ и высокочастотный накопитель $A(t)$).

При различении аналитического сигнала следует помнить, что его спектр несимметричен, а для восстановления исходного действительного сигнала необходимо применить обратное преобразование Гильберта:

```
hilbert[data_?VectorQ] :=Module[{fopts = FourierParameters -> {1, -1}, e, n},  
e = Boole[EvenQ[n = Length[data]]];Im[InverseFourier[Fourier[data, fopts]*  
PadRight[ArrayPad[ConstantArray[2, Quotient[n, 2] - e], {1, e}, 1], n],fopts]] /;  
And @@ Thread[Im[data] == 0].
```

Результаты исследований и математического моделирования показали, что находящийся в горизонтальном положении ротор теряет устойчивость при величине угловой скорости вращения ротора, большей критической $\omega_k = \omega_0$. Зоной неустойчивости при малой трещине (глубина такой трещины не превышает 10%) на поверхности ротора будут области значений, чуть выше ω_k , а также значения $\frac{\omega_k}{2}, \frac{2\omega_k}{n}$. Здесь n – целое число. Причем $\omega_k = \frac{\Omega}{2}$. Здесь Ω – частота собственных колебаний ротора. Потеря устойчивости характеризуется появлением механических колебаний (вибраций) [8,9,10]. Для измерения уровня вибрации в зоне неустойчивости целесообразно применить узкополосную фильтрацию, выделяя из спектра вибрации зону в окрестности информационной частоты $\omega_k = \omega_0$. Результаты моделирования показали, что на этой частоте наблюдается резкое увеличение амплитуды спектральной составляющей. Алгоритм предусматривает использование цифровых фильтров различных частотных диапазонов, поэтому данная методика применима для исследования динамической устойчивости роторной системы.

Результаты экспериментальных исследований и математического моделирования в частотном диапазоне 0÷1000 Гц показали, что зарождающиеся микротрещины и раковины, а также концентраторы напряжений, создающие условия их формирования, находятся в диапазоне 650-950 Гц. В информационном сигнале они проявляются в виде периодически повторяющихся всплесков. По мере развития локальных дефектов их спектры смещаются в низкочастотную область (рис. 2). При

проведении моделирования из исследуемых поддиапазонов информационного сигнала были исключены резонансные зоны: зона резонанса маятниковых свободных колебаний ротора (150÷250 Гц); зоны резонансов радиальных свободных колебаний ротора 1500÷2700 Гц и 3000÷5500 Гц (рис. 4). Моделирование проводилось с учетом запуска шагового двигателя в свободном состоянии ротора как без осевого натяга шарикоподшипников, так и с осевым натягом. Частоты истинных резонансов имеют значения: маятниковая частота $f_0=250$ Гц, частоты радиальных свободных колебаний ротора $f_1=2590$ Гц и $f_2=5180$ Гц.

Предлагаемый нелинейный метод обработки аналитического информационного вибросигнала, использующий цифровую фильтрацию и сглаживающие временные окна Хэмминга, позволяет проводить контроль технического состояния как роторных систем, так и электронных технических средств в широком частотном диапазоне.

Литература

1. Цыфанский С.Л., Бересневич В.И., Лушников Б.В. Нелинейная вибродиагностика машин и механизмов. Рига: Зинатне, 2008. 366 с.
2. Балонишников А.М., Опалихина О.В. Нелинейный метод обработки информационного сигнала // Вестник СПГУТД. Серия 1. Естественные и технические науки. Научный журнал. 2018. №2. С. 15-23.
3. Опалихина О.В. Динамическая устойчивость роторной системы // XVIII Международная научно-практическая конференция «Академическая наука-проблемы и достижения». NorthCharleston: LuluPress, 2019. С. 86-90.
4. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 768 с.

5. Ha, Y.H. and J.A. Pearce, 1999. A New Window and Comparison to Standard Windows. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2 (37), pp: 298-301.

6. Allen, R.L. and D.W. Mills, 2004. Signal Analysis: Time, Frequency, Scale, and Structure. Piscataway: IEEE Press, pp: 966.

7. Коровин Я.С., Хисамутдинов М.В., Иванов Д.Я. Метод улучшения качества одиночных изображений видеопоследовательности // Инженерный вестник Дона, 2019, №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2019/5850/.

8. Вибрации в технике. Справочник. В 6-ти т. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов /Под ред. Ф.М. Диментберга и К.С. Колесникова. М.: Машиностроение, 1980. 544 с.

9. Явленский К.Н., Явленский А.К. Вибродиагностика и прогнозирование качества механических систем. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1983. 239 с.

10. Kravchenko D.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2019, №1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5655/.

References

1. TSyfanskiy S.L., Beresnevich V.I., Lushnikov B.V. Nelineynaya vibrodiagnostika mashin i mekhanizmov [Non-linear vibrodiagnostics of machines and mechanisms]. Riga: Zinatne, 2008. 366 p.

2. Balonishnikov A.M., Opalikhina O.V. Vestnik SPGUTD. Seriya 1. Estestvennyye i tekhnicheskiye nauki. Nauchnyy zhurnal. 2018. №2. pp. 15-23.

3. Opalikhina O.V. Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Akademicheskaya nauka-problemy i dostizheniya»: trudy (international scientific-practical conference «Academic science-problems and achievements XVIII»). NorthCharleston, LuluPress, 2019, pp. 86-90.



4. Sergiyenko A.B. TSifrovaya obrabotka signalov [Digital signal processing]. Spb.: BKHV. Peterburg, 2011. 768 p.
5. Ha, Y.H. and J.A. Pearce, 1999. A New Window and Comparison to Standard Windows. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2 (37), pp: 298-301.
6. Allen, R.L. and D.W. Mills, 2004. Signal Analysis: Time, Frequency, Scale, and Structure. Piscataway: IEEE Press, pp: 966.
7. Korovin YA.S., KHisamutdinov M.V., Ivanov D.YA. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2019, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N3y2019/5850/.
8. Vibratsii v tekhnike. Spravochnik. V 6-ti t. T. 3. Kolebaniya mashin, konstruktsiy i ikh elementov. Pod red. F.M. Dimentberga i K.S. Kolesnikova [Vibration in engineering. Directory. In 6 vols. Vol 3. Oscillations of machines, structures and their elements]. M.: Mashinostroyeniye, 1980. 544 p.
9. YAvlenskiy K.N., YAvlenskiy A.K. Vibrodiagnostika i prognozirovaniye kachestva mekhanicheskikh system [Vibrodiagnostics and predicting the quality of mechanical systems]. L.: Mashinostroyeniye. Leningr. otd-niye, 1983. 239 p.
10. Kravchenko D.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus). 2019, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5655/.